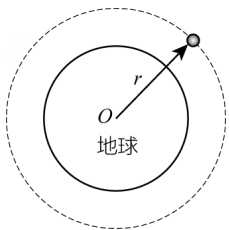


典型模型42

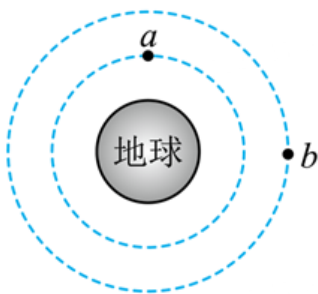
环绕天体物理量的求解

1. 某卫星绕地球做匀速圆周运动, 如图所示, 卫星绕地球圆周运动的轨道半径为 r 。已知卫星的质量为 m , 地球的质量为 M , 引力常量为 G 。试求: 卫星绕地球运动的加速度 a , 线速度 v ; 周期 T 。



2 (1) 如图所示, a 、 b 是两颗绕地球做匀速圆周运动的人造卫星, 它们到地心的距离分别是 $2R$ 和 $3R$ (R 为地球半径), 求: a 、 b 的向心加速度大小之比; a 、 b 的线速度大小之比; a 、 b 的周期之比;

(2) 定性比较 a 、 b 的向心加速度大小; a 、 b 的线速度大小; a 、 b 的周期;



解法提炼

模型识别

卫星环绕中心天体做圆周运动, 求卫星做匀速圆周运动的 a 、 v 、 ω 和 T

解题模板

【步骤1】根据 $F = \frac{GMm}{r^2} = ma = m\frac{v^2}{r} = mr\omega^2 = mr\frac{4\pi^2}{T^2}$

$$\text{则: } a = \frac{GM}{r^2}; \quad v = \sqrt{\frac{GM}{r}}; \quad \omega = \sqrt{\frac{GM}{r^3}}; \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM}}$$

【步骤2】绕着同一中心天体运动的卫星, 可将已知比值, 带入 $a = \frac{GM}{r^2}; \quad v = \sqrt{\frac{GM}{r}};$

$$\omega = \sqrt{\frac{GM}{r^3}}; \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM}} \text{ 求解其它物理量之比或者大小}$$

模型详解

模型识别

卫星环绕中心天体做圆周运动, 求卫星做匀速圆周运动的 a 、 v 、 ω 和 T

1. 某卫星绕地球做匀速圆周运动，如图所示，卫星绕地球圆周运动的轨道半径为 r 。已知卫星的质量为 m ，地球的质量为 M ，引力常量为 G 。试求：卫星绕地球运动的加速度 a ，线速度 v ；周期 T 。

► 步骤1：根据 $F = \frac{GMm}{r^2} = ma = m\frac{v^2}{r} = mr\omega^2 = mr\frac{4\pi^2}{T^2}$ ，求解 a 、 v 、 ω 和 T

解析

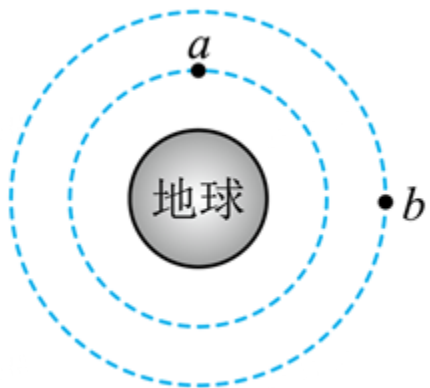
(1) 根据万有引力定律可得： $F = \frac{GMm}{r^2}$ ，则向心加速度为： $a = \frac{GM}{r^2}$

根据万有引力提供向心力： $\frac{GMm}{r^2} = m\frac{v^2}{r}$ ，解得： $v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$

根据万有引力提供向心力： $\frac{GMm}{r^2} = m\frac{4\pi^2}{T^2}r$ ，得： $T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM}}$

2 (1) 如图所示， a 、 b 是两颗绕地球做匀速圆周运动的人造卫星，它们到地心的距离分别是 $2R$ 和 $3R$ (R 为地球半径)，求： a 、 b 的向心加速度大小之比； a 、 b 的线速度大小之比； a 、 b 的周期之比；

(2) 定性比较 a 、 b 的向心加速度大小； a 、 b 的线速度大小； a 、 b 的周期；



► 步骤1：根据 $F = \frac{GMm}{r^2} = ma = m\frac{v^2}{r} = mr\omega^2 = mr\frac{4\pi^2}{T^2}$ ，求解 a 、 v 、 ω 和 T

► 步骤2：绕着同一中心天体运动的卫星，可将已知比值，带入 $a = \frac{GM}{r^2}$ ； $v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$ ；

$\omega = \sqrt{\frac{GM}{r^3}}$ ； $T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM}}$ 求解其它物理量之比或者大小 T

解析

(1) 重复步骤1，根据步骤1结论： $a = \frac{GM}{r^2}$ ； $v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$ ； $\omega = \sqrt{\frac{GM}{r^3}}$ ；

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM}}$$

将 a 、 b 的半径之比带入可以得到：

$$\frac{a_a}{a_b} = \frac{r_b^2}{r_a^2} = \frac{9}{4}$$

$$\frac{v_a}{v_b} = \sqrt{\frac{r_b}{r_a}} = \sqrt{\frac{3R}{2R}} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

$$\frac{T_a}{T_b} = \sqrt{\frac{r_a^3}{r_b^3}} = \sqrt{\frac{8R^3}{27R^3}} = \frac{2\sqrt{6}}{9}$$

$$(2) \text{根据: } a = \frac{GM}{r^2}; \quad v = \sqrt{\frac{GM}{r}}; \quad \omega = \sqrt{\frac{GM}{r^3}}; \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM}}$$

b 卫星符合“高轨低速大周期”

$$a_a > a_b, \quad v_a > v_b, \quad \omega_a > \omega_b, \quad T_a < T_b$$

强化训练

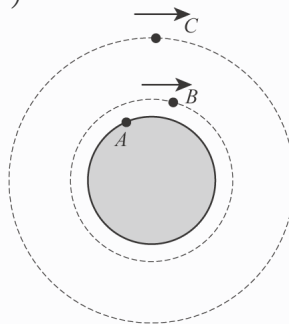
即学即练 举一反三

练1

✓ 已审-回流成功

如图所示, A 是静止在赤道上的物体, 随地球自转而做匀速圆周运动, B 、 C 是同一平面内两颗人造卫星, B 位于离地高度等于地球半径的圆形轨道, C 是地球同步卫星, 物体 A 和卫星 B 、 C 的线速度大小分别为 v_A 、 v_B 、 v_C , 角速度大小分别为 ω_A 、 ω_B 、 ω_C , 周期大小分别为 T_A 、 T_B 、 T_C , 向心加速度大小分别为 a_A 、 a_B 、 a_C , 则下列关系正确的是 ()

- A. $v_A > v_B > v_C$
- B. $T_A = T_C > T_B$
- C. $\omega_A = \omega_C > \omega_B$
- D. $a_A = a_C > a_B$



答案: B

解答: 根据“同步卫星在中间”排除 A 选项, 根据“高轨低速大周期”排除 CD 选项。

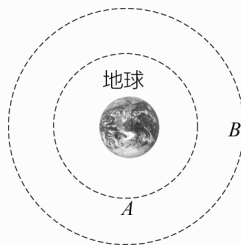
故选: B。

练2 (多选)

✓ 已审-回流成功

为满足不同领域的需要, 我国有许多不同轨道高度的人造卫星。如图所示, 在某一轨道平面上有人造卫星 A 、 B 都绕地球做圆周运动, A 、 B 的质量之比为 $2:3$, 到地球球心的距离之比为 $3:5$, 则它们的 ()

- A. 周期之比为 $2:\sqrt{3}$
- B. 线速度大小之比为 $\sqrt{5}:\sqrt{3}$
- C. 向心加速度大小之比为 $5:3$
- D. 向心力大小之比为 $50:27$



答案: BD

解答: A. 根据万有引力提供向心力, 即

$$G\frac{Mm}{r^2} = m\frac{4\pi^2}{T^2}r$$

解得

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{GM}}$$

又因人造卫星 A 、 B 到地球球心的距离之比为 $3:5$, 故周期之比为 $3\sqrt{15}:25$, A 错误;

B. 根据万有引力提供向心力，即

$$G \frac{Mm}{r^2} = m \frac{v^2}{r}$$

解得

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

又因人造卫星A、B到地球球心的距离之比为3：5，故线速度大小之比为 $\sqrt{5} : \sqrt{3}$ ，B正确；

C. 根据万有引力提供向心力，即

$$G \frac{Mm}{r^2} = ma$$

解得

$$a = G \frac{M}{r^2}$$

又因人造卫星A、B到地球球心的距离之比为3：5，向心加速度大小之比为25：9，C错误；

D. 根据万有引力提供向心力，即

$$G \frac{Mm}{r^2} = F$$

又A、B的质量之比为2：3，到地球球心的距离之比为3：5，向心力大小之比为50：27，D正确。

故选BD。