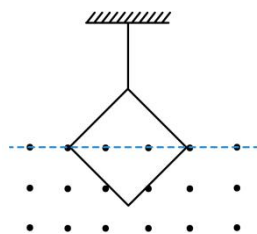


专题 15 电磁学综合计算题（解析版）

—近 5 年（2018-2022）高考物理试题分类解析

1、（2022·全国乙卷·T24）如图，一不可伸长的细绳的上端固定，下端系在边长为 $l = 0.40\text{m}$ 的正方形金属框的一个顶点上。金属框的一条对角线水平，其下方有方向垂直于金属框所在平面的匀强磁场。已知构成金属框的导线单位长度的阻值为 $\lambda = 5.0 \times 10^{-3} \Omega/\text{m}$ ；在 $t = 0$ 到 $t = 3.0\text{s}$ 时间内，磁感应强度大小随时间 t 的变化关系为 $B(t) = 0.3 - 0.1t(\text{SI})$ 。求：

- (1) $t = 2.0\text{s}$ 时金属框所受安培力的大小；
(2) 在 $t = 0$ 到 $t = 2.0\text{s}$ 时间内金属框产生的焦耳热。



【答案】(1) $0.04\sqrt{2}\text{N}$ ；(2) 0.016J

【解析】

(1) 金属框的总电阻为

$$R = 4l\lambda = 4 \times 0.4 \times 5 \times 10^{-3} \Omega = 0.008 \Omega$$

金属框中产生的感应电动势为

$$E = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{\Delta B \times \frac{l^2}{2}}{\Delta t} = 0.1 \times \frac{1}{2} \times 0.4^2 \text{ V} = 0.008 \text{ V}$$

金属框中的电流为

$$I = \frac{E}{R} = 1 \text{ A}$$

$t = 2.0\text{s}$ 时磁感应强度为

$$B_2 = (0.3 - 0.1 \times 2) \text{ T} = 0.1 \text{ T}$$

金属框处于磁场中的有效长度为

$$L = \sqrt{2}l$$

此时金属框所受安培力大小为

$$F_A = B_2 IL = 0.1 \times 1 \times \sqrt{2} \times 0.4 \text{ N} = 0.04\sqrt{2} \text{ N}$$

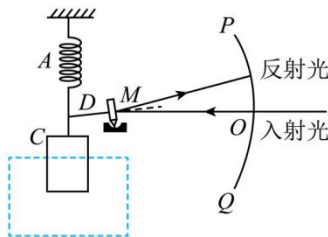
(2) 0 : 2.0s 内金属框产生的焦耳热为

$$Q = I^2 R t = 1^2 \times 0.008 \times 2 \text{ J} = 0.016 \text{ J}$$

2、(2022·全国甲卷·T25) 光点式检流计是一种可以测量微小电流的仪器，其简化的工作原理示意图如图所示。图中 A 为轻质绝缘弹簧， C 为位于纸面上的线圈，虚线框内有与纸面垂直的匀强磁场；随为置于平台上的轻质小平面反射镜，轻质刚性细杆 D 的一端与 M 固连且与镜面垂直，另一端与弹簧下端相连， PQ 为圆弧形的、带有均匀刻度的透明读数条， PQ 的圆心位于 M 的中心使用前需调零，使线圈内没有电流通过时， M 竖直且与纸面垂直；入射细光束沿水平方向经 PQ 上的 O 点射到 M 上后沿原路反射。线圈通入电流后弹簧长度改变，使 M 发生倾斜，入射光束在 M 上的入射点仍近似处于 PQ 的圆心，通过读取反射光射到 PQ 上的位置，可以测得电流的大小。已知弹簧的劲度系数为 k ，磁场磁感应强度大小为 B ，线圈 C 的匝数为 N 。沿水平方向的长度为 l ，细杆 D 的长度为 d ，圆弧 PQ 的半径为 r ， $r \gg d$ ， d 远大于弹簧长度改变量的绝对值。

(1) 若在线圈中通入的微小电流为 I ，求平衡后弹簧长度改变量的绝对值 Δx 及 PQ 上反射光点与 O 点间的弧长 s ；

(2) 某同学用此装置测一微小电流，测量前未调零，将电流通入线圈后， PQ 上反射光点出现在 O 点上方，与 O 点间的弧长为 s_1 。保持其它条件不变，只将该电流反向接入，则反射光点出现在 O 点下方，与 O 点间的弧长为 s_2 。求待测电流的大小。



【答案】(1) $\frac{NBll}{k}$ ， $\frac{2NBllr}{dk}$ ；(2) $\frac{dk(s_1 + s_2)}{4NBllr}$

【解析】

(1) 由题意当线圈中通入微小电流 I 时，线圈中的安培力为

$$F = NBll$$

根据胡克定律有

$$F = NBll = k |\Delta x|$$

$$|\Delta x| = \frac{NBll}{k}$$

设此时细杆转过的弧度为 θ ，则可知反射光线转过的弧度为 2θ ，又因为

$$d \gg \Delta x, \quad r \gg d$$

则

$$\sin\theta \approx \theta, \quad \sin 2\theta \approx 2\theta$$

所以有

$$\Delta x = d \cdot \theta$$

$$s = r \cdot 2\theta$$

联立可得

$$s = \frac{2r}{d} \Delta x = \frac{2NBllr}{dk}$$

(2) 因为测量前未调零，设没有通电流时偏移的弧长为 s' ，当初始时反射光点在 O 点上方，通电流 I' 后根据前面的结论可知有

$$s_1 = \frac{2NBll'r}{dk} + s'$$

当电流反向后有

$$s_2 = \frac{2NBll'r}{dk} - s'$$

联立可得

$$I' = \frac{4dk(s_1 + s_2)}{NBllr}$$

同理可得初始时反射光点在 O 点下方结果也相同，故待测电流的大小为

$$I' = \frac{4dk(s_1 + s_2)}{NBllr}$$

3、(2022·湖南卷·T13) 如图，两个定值电阻的阻值分别为 R_1 和 R_2 ，直流电源的内阻不计，

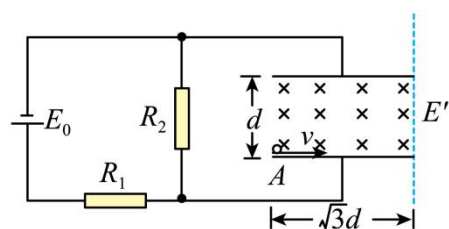
平行板电容器两极板水平放置，板间距离为 d ，板长为 $\sqrt{3}d$ ，极板间存在方向水平向里的

匀强磁场。质量为 m 、带电量为 $+q$ 的小球以初速度 v 沿水平方向从电容器下板左侧边缘 A 点进入电容器，做匀速圆周运动，恰从电容器上板右侧边缘离开电容器。此过程中，小球未与极板发生碰撞，重力加速度大小为 g ，忽略空气阻力。

(1) 求直流电源的电动势 E_0 ；

(2) 求两极板间磁场的磁感应强度 B ；

(3) 在图中虚线的右侧设计一匀强电场，使小球离开电容器后沿直线运动，求电场强度的最小值 E' 。



【答案】(1) $\frac{mgd(R_1 + R_2)}{qR_2}$; (2) $\frac{mv}{2dq}$; (3) $\frac{mg}{2q}$

【解析】

(1) 小球在电磁场中作匀速圆周运动，则电场力与重力平衡，可得

$$Eq = mg$$

R_2 两端的电压

$$U_2 = Ed$$

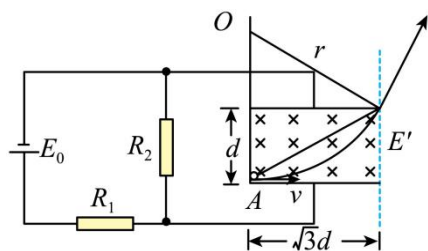
根据欧姆定律得

$$U_2 = \frac{E_0}{R_1 + R_2} \cdot R_2$$

联立解得

$$E_0 = \frac{mgd(R_1 + R_2)}{qR_2}$$

(2) 如图所示



设粒子在电磁场中做圆周运动的半径为 r ，根据几何关系

$$(r-d)^2 + (\sqrt{3}d)^2 = r^2$$

解得

$$r = 2d$$

根据

$$qvB = m \frac{v^2}{r}$$

解得

$$B = \frac{mv}{2dq}$$

(3) 由几何关系可知，射出磁场时，小球速度方向与水平方向夹角为 60° ，要使小球做直线运动，当小球所受电场力与小球重力在垂直小球速度方向的分力相等时，电场力最小，电场强度最小，可得

$$E'q = mg \cos 60^\circ$$

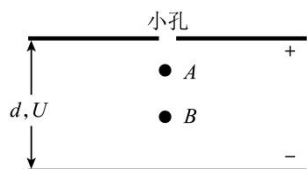
解得

$$E' = \frac{mg}{2q}$$

4、(2022·广东卷·T14) 密立根通过观测油滴的运动规律证明了电荷的量子性，因此获得了1923年的诺贝尔奖。图是密立根油滴实验的原理示意图，两个水平放置、相距为 d 的足够大金属极板，上极板中央有一小孔。通过小孔喷入一些小油滴，由于碰撞或摩擦，部分油滴带上了电荷。有两个质量均为 m_0 、位于同一竖直线上的球形小油滴 A 和 B ，在时间 t 内都匀速下落了距离 h_1 。此时给两极板加上电压 U (上极板接正极)， A 继续以原速度下落， B 经过一段时间后向上匀速运动。 B 在匀速运动时间 t 内上升了距离 h_2 ($h_2 \neq h_1$)，随后与 A 合并，形成一个球形新油滴，继续在两极板间运动直至匀速。已知球形油滴受到的空气阻力

大小为 $f = km^{\frac{1}{3}}v$ ，其中 k 为比例系数， m 为油滴质量， v 为油滴运动速率，不计空气浮力，重力加速度为 g 。求：

- (1) 比例系数 k ；
- (2) 油滴 A 、 B 的带电量和电性； B 上升距离 h_2 电势能的变化量；
- (3) 新油滴匀速运动速度的大小和方向。



【答案】(1) $\frac{m^{\frac{2}{3}}gt}{h_1}$ ；(2) 油滴 A 不带电，油滴 B 带负电，电荷量为 $\frac{mgd(h_1+h_2)}{h_1U}$ ，
 $-\frac{mgh_2(h_1+h_2)}{h_1}$ ；(3) 见解析

【解析】

(1) 未加电压时，油滴匀速时的速度大小

$$v_1 = \frac{h_1}{t}$$

匀速时

$$mg = f$$

又

$$f = km^{\frac{1}{3}}v_1$$

联立可得

$$k = \frac{m^{\frac{2}{3}}gt}{h_1}$$

(2) 加电压后，油滴 A 的速度不变，可知油滴 A 不带电，油滴 B 最后速度方向向上，可知油滴 B 所受电场力向上，极板间电场强度向下，可知油滴 B 带负电，油滴 B 向上匀速运动时，速度大小为

$$v_2 = \frac{h_2}{t}$$

根据平衡条件可得

$$mg + km^{\frac{1}{3}}v_2 = \frac{U}{d}q$$

解得

$$q = \frac{mgd(h_1 + h_2)}{h_1 U}$$

根据

$$\Delta E_p = -W_{\text{电}}$$

又

$$W_{\text{电}} = \frac{U}{d} \cdot qh_2$$

联立解得

$$\Delta E_p = -\frac{mgh_2(h_1 + h_2)}{h_1}$$

(3) 油滴 B 与油滴 A 合并后，新油滴的质量为 $2m$ ，新油滴所受电场力

$$F' = \frac{Uq'}{d} = \frac{mg(h_1 + h_2)}{h_1}$$

若 $F' > 2mg$ ，即

$$h_2 > h_1$$

可知

$$v_2 > v_1$$

新油滴速度方向向上，设向上为正方向，根据动量守恒定律

$$mv_2 - mv_1 = 2mv_{\text{共}}$$

可得

$$v_{\text{共}} > 0$$

新油滴向上加速，达到平衡时

$$2mg + k \cdot (2m)^{\frac{1}{3}}v = F'$$

解得速度大小为

$$v = \frac{h_2 - h_1}{\sqrt[3]{2t}}$$

速度方向向上；

若 $F' < 2mg$ ，即

$$h_1 > h_2$$

可知

$$v_2 < v_1$$

设向下为正方向，根据动量守恒定律

$$mv_1 - mv_2 = 2mv'_{\text{共}}$$

可知

$$v'_{\text{共}} > 0$$

新油滴向下加速，达到平衡时

$$2mg = F' + k \cdot (2m)^{\frac{1}{3}} v'$$

解得速度大小为

$$v' = \frac{h_1 - h_2}{\sqrt[3]{2t}}$$

速度方向向下。

5、（2022·山东卷·T17）中国“人造太阳”在核聚变实验方面取得新突破，该装置中用电磁场约束和加速高能离子，其部分电磁场简化模型如图所示，在三维坐标系 $Oxyz$ 中， $0 < z < d$ 空间内充满匀强磁场 I，磁感应强度大小为 B ，方向沿 x 轴正方向； $-3d < z < 0$ ， $y \geq 0$ 的空间内充满匀强磁场 II，磁感应强度大小为 $\frac{\sqrt{2}}{2}B$ ，方向平行于 xOy 平面，与 x 轴正方向夹角为 45° ； $z < 0$ ， $y \leq 0$ 的空间内充满沿 y 轴负方向的匀强电场。质量为 m 、带电量为 $+q$ 的离子甲，从 yOz 平面第三象限内距 y 轴为 L 的点 A 以一定速度出射，速度方向与 z 轴正方向夹角为 β ，在 yOz 平面内运动一段时间后，经坐标原点 O 沿 z 轴正方向进入磁场 I。

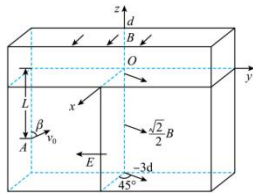
不计离子重力。

(1) 当离子甲从 A 点出射速度为 v_0 时, 求电场强度的大小 E ;

(2) 若使离子甲进入磁场后始终在磁场中运动, 求进入磁场时的最大速度 v_m ;

(3) 离子甲以 $\frac{qBd}{2m}$ 的速度从 O 点沿 z 轴正方向第一次穿过 xOy 面进入磁场 I, 求第四次穿过 xOy 平面的位置坐标 (用 d 表示);

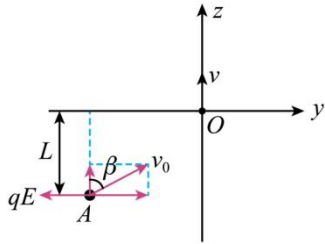
(4) 当离子甲以 $\frac{qBd}{2m}$ 的速度从 O 点进入磁场 I 时, 质量为 $4m$ 、带电量为 $+q$ 的离子乙, 也从 O 点沿 z 轴正方向以相同的动能同时进入磁场 I, 求两离子进入磁场后, 到达它们运动轨迹第一个交点的时间差 Δt (忽略离子间相互作用)。



【答案】(1) $\frac{mv_0^2 \sin \beta \cos \beta}{qL}$; (2) $\frac{qBd}{m}$; (3) $(d, d, 0)$; (4) $(7+7\sqrt{2})\frac{\pi m}{qB}$

【解析】

(1) 如图所示



将离子甲从 A 点出射速度为 v_0 分解到沿 y 轴方向和 z 轴方向, 离子受到的电场力沿 y 轴负方向, 可知离子沿 z 轴方向做匀速直线运动, 沿 y 轴方向做匀减速直线运动, 从 A 到 O 的过程, 有

$$L = v_0 \cos \beta \cdot t$$

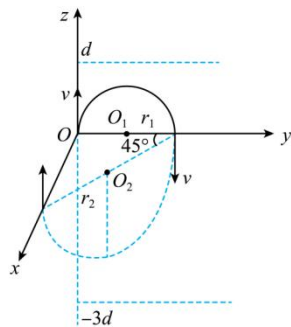
$$v_0 \sin \beta = at$$

$$a = \frac{qE}{m}$$

联立解得

$$E = \frac{mv_0^2 \sin \beta \cos \beta}{qL}$$

(2) 如图所示



离子从坐标原点 O 沿 z 轴正方向进入磁场 I 中，由洛伦兹力提供向心力可得

$$qvB = \frac{mv^2}{r_1}$$

离子经过磁场 I 偏转后从 y 轴进入磁场 II 中，由洛伦兹力提供向心力可得

$$qv \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} B = \frac{mv^2}{r_2}$$

可得

$$r_2 = \sqrt{2}r_1$$

为了使离子在磁场中运动，需满足

$$r_1 \leq d, \quad r_2 \leq 3d$$

联立可得

$$v \leq \frac{qBd}{m}$$

要使离子甲进入磁场后始终在磁场中运动，进入磁场时的最大速度为 $\frac{qBd}{m}$ ；

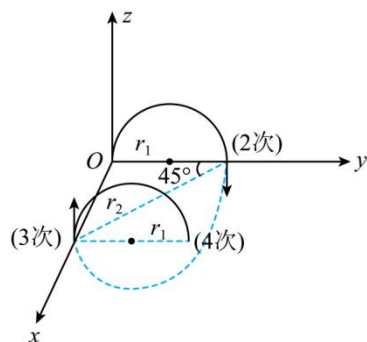
(3) 离子甲以 $\frac{qBd}{2m}$ 的速度从 O 点沿 z 轴正方向第一次穿过 xOy 面进入磁场 I，离子在磁场 I 中的轨迹半径为

$$r_1 = \frac{mv}{qB} = \frac{d}{2}$$

离子在磁场 II 中的轨迹半径为

$$r_2 = \frac{mv}{q \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} B} = \frac{\sqrt{2}d}{2}$$

离子从 O 点第一次穿过到第四次穿过 xOy 平面的运动情景，如图所示



离子第四次穿过 xOy 平面的 x 坐标为

$$x_4 = 2r_2 \sin 45^\circ = d$$

离子第四次穿过 xOy 平面的 y 坐标为

$$y_4 = 2r_1 = d$$

故离子第四次穿过 xOy 平面的位置坐标为 $(d, d, 0)$

(4) 设离子乙的速度为 v' ，根据离子甲、乙动能相同，可得

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times 4mv'^2$$

可得

$$v' = \frac{v}{2} = \frac{qBd}{4m}$$

离子甲在磁场 I 中的轨迹半径为

$$r_1 = \frac{mv}{qB} = \frac{d}{2}$$

离子甲在磁场 II 中的轨迹半径为

$$r_2 = \frac{mv}{q \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} B} = \frac{\sqrt{2}d}{2}$$

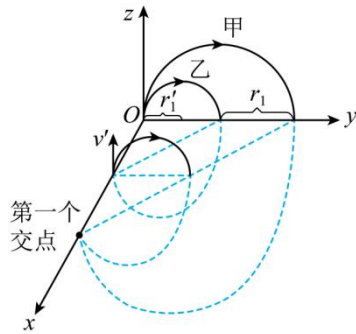
离子乙在磁场 I 中的轨迹半径为

$$r_1' = \frac{mv'}{qB} = \frac{d}{4} = \frac{1}{2}r_1$$

离子乙在磁场 II 中的轨迹半径为

$$r_2' = \frac{mv'}{q \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}B} = \frac{\sqrt{2}d}{4} = \frac{1}{2}r_2$$

根据几何关系可知离子甲、乙运动轨迹第一个交点如图所示



从 O 点进入磁场到第一个交点的过程，有

$$t_{\text{甲}} = \frac{1}{2}T_1 + \frac{1}{2}T_2 = \frac{1}{2} \times \frac{2\pi m}{qB} + \frac{1}{2} \times \frac{2\pi m}{q \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}B} = (1 + \sqrt{2}) \frac{\pi m}{qB}$$

$$t_{\text{乙}} = T_1' + T_2' = \frac{2\pi \cdot 4m}{qB} + \frac{2\pi \cdot 4m}{q \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}B} = (8 + 8\sqrt{2}) \frac{\pi m}{qB}$$

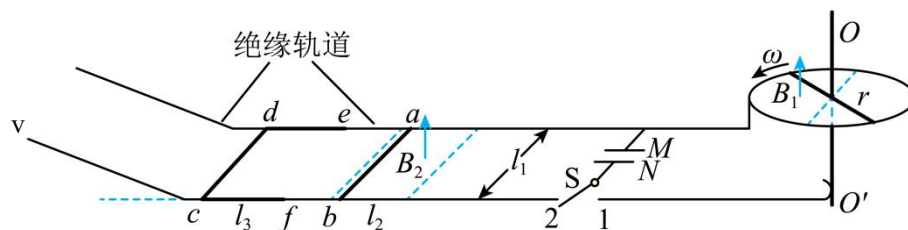
可得离子甲、乙到达它们运动轨迹第一个交点的时间差为

$$\Delta t = t_{\text{乙}} - t_{\text{甲}} = (7 + 7\sqrt{2}) \frac{\pi m}{qB}$$

6、(2022·浙江 1 月卷·T21) 如图所示，水平固定一半径 $r=0.2\text{m}$ 的金属圆环，长均为 r ，电阻均为 R_0 的两金属棒沿直径放置，其中一端与圆环接触良好，另一端固定在过圆心的导电竖直转轴 OO' 上，并随轴以角速度 $\omega=600\text{rad/s}$ 匀速转动，圆环内左半圆均存在磁感应强度大小为 B_1 的匀强磁场。圆环边缘、与转轴良好接触的电刷分别与间距 l_1 的水平放置的平行金属轨道相连，轨道间接有电容 $C=0.09\text{F}$ 的电容器，通过单刀双掷开关 S 可分别与接线柱 1、2 相连。电容器左侧宽度也为 l_1 、长度为 l_2 、磁感应强度大小为 B_2 的匀强磁场区域。在磁场区域内靠近左侧边缘处垂直轨道放置金属棒 ab ，磁场区域外有间距也为 l_1 的绝缘轨道与金

属轨道平滑连接，在绝缘轨道的水平段上放置“[”形金属框 $fcde$ 。棒 ab 长度和“[”形框的宽度也均为 l_1 、质量均为 $m=0.01\text{kg}$ ， de 与 cf 长度均为 $l_3=0.08\text{m}$ ，已知 $l_1=0.25\text{m}$ ， $l_2=0.068\text{m}$ ， $B_1=B_2=1\text{T}$ 、方向均为竖直向上；棒 ab 和“[”形框的 cd 边的电阻均为 $R=0.1\Omega$ ，除已给电阻外其他电阻不计，轨道均光滑，棒 ab 与轨道接触良好且运动过程中始终与轨道垂直。开始时开关 S 和接线柱 1 接通，待电容器充电完毕后，将 S 从 1 拨到 2，电容器放电，棒 ab 被弹出磁场后与“[”形框粘在一起形成闭合框 $abcd$ ，此时将 S 与 2 断开，已知框 $abcd$ 在倾斜轨道上重心上升 0.2m 后返回进入磁场。

- (1) 求电容器充电完毕后所带的电荷量 Q ，哪个极板（ M 或 N ）带正电？
- (2) 求电容器释放的电荷量 ΔQ ；
- (3) 求框 $abcd$ 进入磁场后， ab 边与磁场区域左边界的最大距离 x 。



【答案】(1) 0.54C ； M 板；(2) 0.16C ；(3) 0.14m

【解析】

(1) 开关 S 和接线柱 1 接通，电容器充电过程，对绕转轴 OO' 转动的棒由右手定则可知其动生电源的电流沿径向向外，即边缘为电源正极，圆心为负极，则 M 板充正电；根据法拉第电磁感应定律可知

$$E = \frac{1}{2} B_1 \omega r^2$$

则电容器的电量为

$$Q = CU = \frac{CE}{2} = 0.54\text{C}$$

(2) 电容器放电过程有

$$B_2 l_1 \Delta Q = mv_1$$

棒 ab 被弹出磁场后与“[”形框粘在一起的过程有

$$mv_1 = (m + m)v_2$$

棒的上滑过程有

$$\frac{1}{2}2mv_2^2 = 2mgh$$

联立解得

$$\Delta Q = \frac{2m}{B_2 l_1} \sqrt{2gh} = 0.16C$$

(3) 设导体框在磁场中减速滑行的总路程为 Δx ，由动量定理

$$\frac{B_2^2 l_1^2 \Delta x}{2R} = 2mv_2$$

可得

$$\Delta x = 0.128m > 0.08m$$

匀速运动距离为

$$l_3 - l_2 = 0.012m$$

则

$$\Delta x = \Delta x + l_3 - l_2 = 0.14m$$

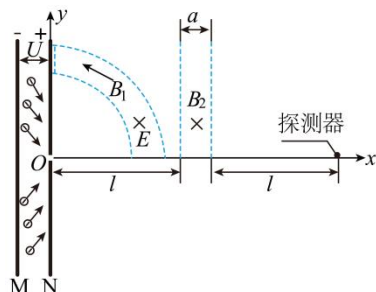
7、(2022·浙江1月卷·T22) 如图为研究光电效应的装置示意图，该装置可用于分析光子的信息。在 xOy 平面（纸面）内，垂直纸面的金属薄板 M 、 N 与 y 轴平行放置，板 N 中间有一小孔 O 。有一由 x 轴、 y 轴和以 O 为圆心、圆心角为 90° 的半径不同的两条圆弧所围的区域 I，整个区域 I 内存在大小可调、方向垂直纸面向里的匀强电场和磁感应强度大小恒为 B_1 、磁感线与圆弧平行且逆时针方向的磁场。区域 I 右侧还有一左边界与 y 轴平行且相距为 l 、下边界与 x 轴重合的匀强磁场区域 II，其宽度为 a ，长度足够长，其中的磁场方向垂直纸面向里，磁感应强度大小可调。光电子从板 M 逸出后经极板间电压 U 加速（板间电场视为匀强电场），调节区域 I 的电场强度和区域 II 的磁感应强度，使电子恰好打在坐标为 $(a+2l, 0)$ 的点上，被置于该处的探测器接收。已知电子质量为 m 、电荷量为 e ，板 M 的逸出功为 W_0 ，普朗克常量为 h 。忽略电子的重力及电子间的作用力。当频率为 ν 的光照射板 M 时有光电子逸出，

(1) 求逸出光电子的最大初动能 E_{km} ，并求光电子从 O 点射入区域 I 时的速度 v_0 的大小范围；

(2) 若区域 I 的电场强度大小 $E = B_1 \sqrt{\frac{3eU}{m}}$ ，区域 II 的磁感应强度大小 $B_2 = \frac{\sqrt{emU}}{ea}$ ，求被

探测到的电子刚从板 M 逸出时速度 v_M 的大小及与 x 轴的夹角 β ；

(3) 为了使从 O 点以各种大小和方向的速度射向区域I的电子都能被探测到，需要调节区域I的电场强度 E 和区域II的磁感应强度 B_2 ，求 E 的最大值和 B_2 的最大值。



【答案】(1) $E_{km} = h\nu - W_0$ ； $\sqrt{\frac{2eU}{m}} \leq v_0 \leq \sqrt{\frac{2(h\nu + eU - W_0)}{m}}$ ；(2) $v_M = \sqrt{\frac{eU}{m}}$ ； $\beta = 30^\circ$ ；

(3) $E_{\max} = B_1 \sqrt{\frac{2(h\nu + eU - W_0)}{m}}$ ； $B_2 = \frac{2B_1 \sqrt{2m(h\nu - W_0)}}{ea}$

【解析】

(1) 光电效应方程，逸出光电子的最大初动能

$$E_{km} = h\nu - W_0$$

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = E_k + eU \quad ; \quad (0 \leq E_k \leq W_0)$$

$$\sqrt{\frac{2eU}{m}} \leq v_0 \leq \sqrt{\frac{2(h\nu + eU - W_0)}{m}}$$

(2) 速度选择器

$$ev_0 B_1 = eE$$

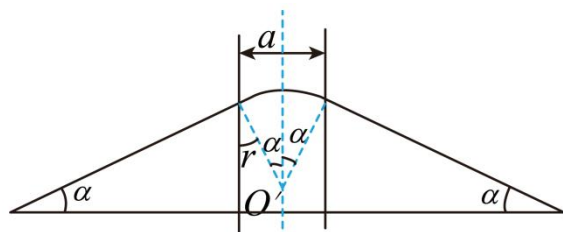
$$v_0 = \frac{E}{B_1} = \sqrt{\frac{3eU}{m}}$$

$$\frac{1}{2}mv_0^2 - \frac{1}{2}mv_M^2 = eU$$

$$v_M = \sqrt{\frac{eU}{m}}$$

如图所示，几何关系

$$\frac{mv_0}{eB_2} \sin \alpha = \frac{a}{2}$$



$$v_M \sin \beta = v_0 \sin \alpha$$

$$\beta = 30^\circ$$

(3) 由上述表达式可得

$$E_{\max} = B_1 \sqrt{\frac{2(h\nu + eU - W_0)}{m}}$$

由 $\frac{mv_0}{eB_2} \sin \alpha = \frac{a}{2}$

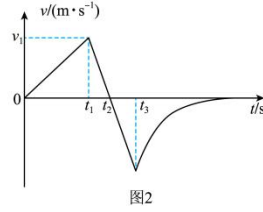
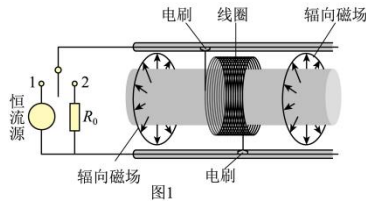
$$v_0 \sin \alpha \leq B_1 \sqrt{\frac{2(h\nu - W_0)}{m}}$$

可得

$$B_2 = \frac{2B_1 \sqrt{2m(h\nu - W_0)}}{ea}$$

8、(2022·浙江6月卷·T21) 舰载机电磁弹射是现在航母最先进的弹射技术，我国在这一领域已达到世界先进水平。某兴趣小组开展电磁弹射系统的设计研究，如图1所示，用于推动模型飞机的动子（图中未画出）与线圈绝缘并固定，线圈带动动子，可在水平导轨上无摩擦滑动。线圈位于导轨间的辐向磁场中，其所在处的磁感应强度大小均为 B 。开关 S 与1接通，恒流源与线圈连接，动子从静止开始推动飞机加速，飞机达到起飞速度时与动子脱离；此时 S 掷向2接通定值电阻 R_0 ，同时施加回撤力 F ，在 F 和磁场力作用下，动子恰好返回初始位置停下。若动子从静止开始至返回过程的 $v-t$ 图如图2所示，在 t_1 至 t_3 时间内 $F=(800-10v)$ N， t_3 时撤去 F 。已知起飞速度 $v_1=80\text{m/s}$ ， $t_1=1.5\text{s}$ ，线圈匝数 $n=100$ 匝，每匝周长 $l=1\text{m}$ ，飞机的质量 $M=10\text{kg}$ ，动子和线圈的总质量 $m=5\text{kg}$ ， $R_0=9.5\Omega$ ， $B=0.1\text{T}$ ，不计空气阻力和飞机起飞对动子运动速度的影响，求

- (1) 恒流源的电流 I ;
- (2) 线圈电阻 R ;
- (3) 时刻 t_3 。



【答案】(1) 80A ; (2) $R = 0.5\Omega$; (3) $t_3 = \frac{\sqrt{5} + 3}{2}\text{s}$

【解析】

(1) 由题意可知接通恒流源时安培力

$$F_{\text{安}} = nBIl$$

动子和线圈在 $0 \sim t_1$ 时间段内做匀加速直线运动，运动的加速度为

$$a = \frac{v_1}{t_1}$$

根据牛顿第二定律有

$$F_{\text{安}} = (M + m)a$$

代入数据联立解得

$$I = \frac{(m + M)v_1}{nlBt_1} = 80\text{A}$$

(2) 当 S 掷向 2 接通定值电阻 R_0 时，感应电流为

$$I' = \frac{nBlv}{R_0 + R}$$

此时安培力为

$$F'_{\text{安}} = nBI'l$$

所以此时根据牛顿第二定律有

$$(800 - 10v) + \frac{n^2 l^2 B^2}{R_0 + R} v = ma'$$

由图可知在 t_1 至 t_3 期间加速度恒定，则有

$$\frac{n^2 l^2 B^2}{R_0 + R} = 10$$

解得

$$R = 0.5\Omega, \quad a' = 160\text{m/s}^2$$

(3) 根据图像可知

$$t_2 - t_1 = \frac{v_1}{a'} = 0.5\text{s}$$

故 $t_2 = 2\text{s}$ ；在 $0 \sim t_2$ 时间段内的位移

$$s = \frac{1}{2} v_1 t_2 = 80\text{m}$$

而根据法拉第电磁感应定律有

$$E = n \frac{\Delta\phi}{\Delta t} = \frac{nB\Delta S}{\Delta t}$$

电荷量的定义式

$$\Delta q = It$$

$$I = \frac{E}{R + R_0}$$

可得

$$\Delta q = \frac{nBl \left[s - \frac{1}{2} a' (t_3 - t_2)^2 \right]}{R + R_0}$$

从 t_3 时刻到最后返回初始位置停下的时间段内通过回路的电荷量，根据动量定理有

$$-nBl\Delta q = 0 - ma'(t_3 - t_2)$$

联立可得

$$(t_3 - t_2)^2 + (t_3 - t_2) - 1 = 0$$

解得

$$t_3 = \frac{\sqrt{5} + 3}{2} \text{s}$$

9、(2022·浙江6月卷·T22) 离子速度分析器截面图如图所示。半径为 R 的空心转筒 P ，可绕过 O 点、垂直 xOy 平面（纸面）的中心轴逆时针匀速转动（角速度大小可调），其上有一

小孔 S 。整个转筒内部存在方向垂直纸面向里的匀强磁场。转筒下方有一与其共轴的半圆柱面探测板 Q ，板 Q 与 y 轴交于 A 点。离子源 M 能沿着 x 轴射出质量为 m 、电荷量为 $-q$ ($q > 0$)、速度大小不同的离子，其中速度大小为 v_0 的离子进入转筒，经磁场偏转后恰好沿 y 轴负方向离开磁场。落在接地的筒壁或探测板上的离子被吸收且失去所带电荷，不计离子的重力和离子间的相互作用。

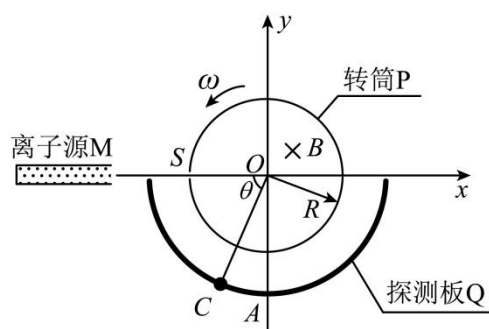
(1) ①求磁感应强度 B 的大小；

②若速度大小为 v_0 的离子能打在 Q 板的 A 处，求转筒 P 角速度 ω 的大小；

(2) 较长时间后，转筒 P 每转一周有 N 个离子打在板 Q 的 C 处， OC 与 x 轴负方向的夹角为 θ ，求转筒转动一周的时间内， C 处受到平均冲力 F 的大小；

(3) 若转筒 P 的角速度小于 $\frac{6v_0}{R}$ ，且 A 处探测到离子，求板 Q 上能探测到离子的其他 θ'

的值 (为探测点位置和 O 点连线与 x 轴负方向的夹角)。



【答案】(1) ① $B = \frac{mv_0}{qR}$ ，② $\omega = (4k+1)\frac{v_0}{R}$ ， $k = 0, 1, 2, 3, \dots$ ；(2)

$$F = \frac{(2n\pi + \theta)N}{2(\pi - \theta)\pi} \frac{mv_0^2}{R} \tan \frac{\theta}{2}, n = 0, 1, 2, \dots; (3) \theta' = \frac{5}{6}\pi, \frac{1}{6}\pi$$

【解析】

(1) ①离子在磁场中做圆周运动有

$$qv_0B = \frac{mv_0^2}{R}$$

则

$$B = \frac{mv_0}{qR}$$

②离子在磁场中的运动时间

$$t = \frac{\pi R}{2v_0}$$

转筒的转动角度

$$\omega t = 2k\pi + \frac{\pi}{2}$$

$$\omega = (4k+1)\frac{v_0}{R}, \quad k = 0, 1, 2, 3, \dots$$

(2) 设速度大小为 v 的离子在磁场中圆周运动半径为 R' , 有

$$R' = R \tan \frac{\theta}{2}$$

$$v = v_0 \tan \frac{\theta}{2}$$

离子在磁场中的运动时间

$$t' = (\pi - \theta) \frac{R}{v_0}$$

转筒的转动角度

$$\omega' t' = 2n\pi + \theta$$

转筒的转动角速度

$$\omega' = \frac{(2n\pi + \theta)}{(\pi - \theta)} \frac{v_0}{R}, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

动量定理

$$F \frac{2\pi}{\omega'} = Nmv$$

$$F = \frac{(2n\pi + \theta)N}{2(\pi - \theta)\pi} \frac{mv_0^2}{R} \tan \frac{\theta}{2}, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

(3) 转筒的转动角速度

$$\frac{(4k+1)v_0}{R} = \frac{(2n\pi + \theta')v_0}{(\pi - \theta')R} < \frac{6v_0}{R}$$

其中

$$k = 1, \quad \theta' = \frac{5-2n}{6}\pi, \quad n = 0, 2$$

可得

$$\theta' = \frac{5}{6}\pi, \quad \frac{1}{6}\pi$$

10、(2022·河北·T14) 两块面积和间距均足够大的金属板水平放置，如图 1 所示，金属板与可调电源相连形成电场，方向沿 y 轴正方向。在两板之间施加磁场，方向垂直 xOy 平面向外。电场强度和磁感应强度随时间的变化规律如图 2 所示。板间 O 点放置一粒子源，可连续释放质量为 m 、电荷量为 $q(q > 0)$ 、初速度为零的粒子，不计重力及粒子间的相互作用，图中物理量均为已知量。求：

- (1) $t = 0$ 时刻释放的粒子，在 $t = \frac{2\pi m}{qB_0}$ 时刻的位置坐标；
- (2) 在 $0 \sim \frac{6\pi m}{qB_0}$ 时间内，静电力对 $t = 0$ 时刻释放的粒子所做的功；
- (3) 在 $M\left(\frac{4\pi E_0 m}{qB_0^2}, \frac{\pi^2 E_0 m}{4qB_0^2}\right)$ 点放置一粒接收器，在 $0 \sim \frac{6\pi m}{qB_0}$ 时间内什么时刻释放的粒子在电场存在期间被捕获。

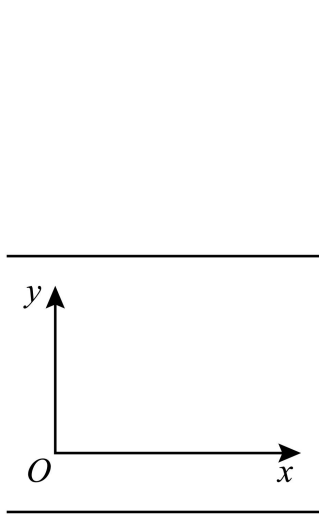


图1

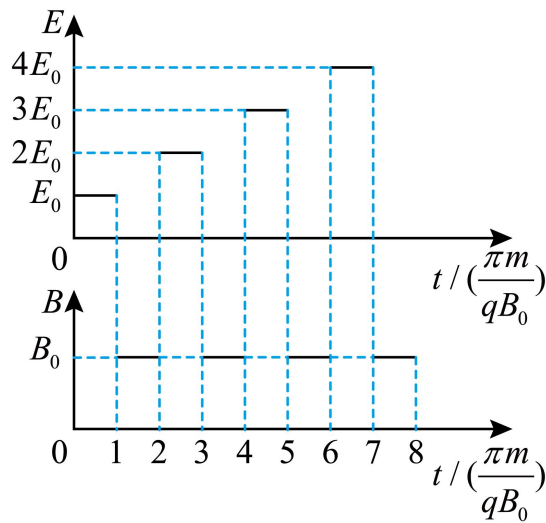


图2

【答案】(1) $\left(\frac{2\pi E_0 m}{qB_0^2}, \frac{\pi^2 E_0 m}{2qB_0^2}\right)$; (2) $\frac{2\pi^2 E_0^2 m}{B_0^2}$; (3) $\frac{\pi m}{2qB_0}$, $\frac{13}{3} \cdot \frac{\pi m}{qB_0}$

【解析】

(1) 在 $0 \sim \frac{\pi m}{qB_0}$ 时间内，电场强度为 E_0 ，带电粒子在电场中加速度，根据动量定理可知

$$qE_0 \cdot \frac{\pi m}{qB_0} = mv_1$$

解得粒子在 $\frac{\pi m}{qB_0}$ 时刻的速度大小为

$$v_1 = \frac{\pi E_0}{B_0}$$

方向竖直向上，粒子竖直向上运动的距离

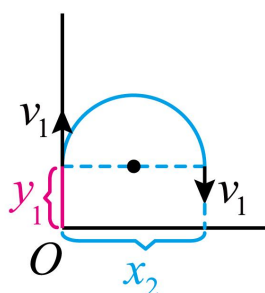
$$y_1 = \frac{1}{2} v_1 \cdot \frac{\pi m}{qB_0} = \frac{\pi^2 E_0 m}{2qB_0^2}$$

在 $\frac{\pi m}{qB_0} \sim \frac{2\pi m}{qB_0}$ 时间内，根据粒子在磁场运动的周期 $T = \frac{2\pi m}{qB}$ 可知粒子偏转 180° ，速度反

向，根据 $qvB = m \frac{v^2}{r}$ 可知粒子水平向右运动的距离为

$$x_2 = 2r_2 = 2 \frac{mv_1}{qB_0} = \frac{2\pi E_0 m}{qB_0^2}$$

粒子运动轨迹如图



所以粒子在 $t = \frac{2\pi m}{qB_0}$ 时刻粒子的位置坐标为 (x_2, y_1) ，即 $(\frac{2\pi E_0 m}{qB_0^2}, \frac{\pi^2 E_0 m}{2qB_0^2})$ ；

(2) 在 $\frac{2\pi m}{qB_0} \sim \frac{3\pi m}{qB_0}$ 时间内，电场强度为 $2E_0$ ，粒子受到的电场力竖直向上，在竖直方向

$$q \cdot 2E_0 \cdot \frac{\pi m}{qB_0} = mv_2 + mv_1$$

解得 $\frac{3\pi m}{qB_0}$ 时刻粒子的速度

$$v_2 = \frac{\pi E_0}{B_0}$$

方向竖直向上，粒子在竖直方向上运动的距离为

$$y_3 = \frac{-v_1 + v_2}{2} \cdot \frac{\pi m}{qB_0} = 0$$

在 $\frac{3\pi m}{qB_0} \sim \frac{4\pi m}{qB_0}$ 时间内，粒子在水平方向运动的距离为

$$x_4 = 2r_4 = 2 \frac{mv_2}{qB_0} = \frac{2\pi E_0 m}{qB_0^2}$$

此时粒子速度方向向下，大小为 v_2 ，在 $\frac{4\pi m}{qB_0} \sim \frac{5\pi m}{qB_0}$ 时间内，电场强度为 $3E_0$ ，竖直方向

$$q \cdot 3E_0 \cdot \frac{\pi m}{qB_0} = mv_3 + mv_2$$

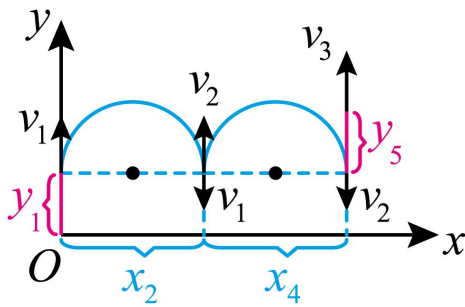
解得粒子在 $\frac{5\pi m}{qB_0}$ 时刻的速度

$$v_3 = \frac{2\pi E_0}{B_0}$$

粒子在竖直方向运动的距离

$$y_5 = \frac{-v_2 + v_3}{2} \cdot \frac{\pi m}{qB_0} = \frac{\pi^2 E_0 m}{2qB_0^2}$$

粒子运动的轨迹如图



在 $0 \sim \frac{6\pi m}{qB_0}$ 时间内，静电力对粒子的做功大小为

$$W = qE_0 \cdot y_1 + q \cdot 2E_0 \cdot y_3 + q \cdot 3E_0 \cdot y_5 = 4qE_0 \cdot y_1 = \frac{2\pi^2 E_0^2 m}{B_0^2}$$

电场力做正功；

(3) 若粒子在磁场中加速两个半圆恰好能够到达 M 点，则释放的位置一定在 $0 \sim \frac{\pi m}{qB_0}$ 时间

内，粒子加速度时间为 t_1 ，在竖直方向上

$$qE_0 \cdot t_1 = mv_1'$$

$$y_1' = \frac{1}{2}v_1' \cdot t_1$$

在 $\frac{\pi m}{qB_0} \sim \frac{2\pi m}{qB_0}$ 时间内粒子在水平方向运动的距离为

$$x_2 = 2r_2' = 2 \frac{mv_1'}{qB_0}$$

在 $\frac{2\pi m}{qB_0} \sim \frac{3\pi m}{qB_0}$ 时间内，在竖直方向

$$q \cdot 2E_0 \cdot \frac{\pi m}{qB_0} = mv_2' + mv_1'$$

$$y_3 = \frac{-v_1' + v_2'}{2} \cdot \frac{\pi m}{qB_0}$$

在 $\frac{3\pi m}{qB_0} \sim \frac{4\pi m}{qB_0}$ 时间内，粒子在水平方向运动的距离为

$$x_4' = 2r_4' = 2 \frac{mv_2'}{qB_0}$$

接收器的位置为 $(\frac{4\pi E_0 m}{qB_0^2}, \frac{\pi^2 E_0 m}{4qB_0^2})$ ，根据距离的关系可知

$$x_2' + x_4' = \frac{4\pi E_0 m}{qB_0^2}$$

解得

$$t_1 = \frac{\pi m}{2qB_0}$$

此时粒子已经到达 M 点上方，粒子竖直方向减速至 0 用时 Δt ，则

$$y_5' = \frac{1}{2}v_2' \cdot \Delta t$$

竖直方向需要满足

$$y_1' - y_3' - y_5' \leq \frac{\pi^2 E_0 m}{4qB_0^2}$$

解得 Δt 在一个电场加速周期之内，所以成立，所以粒子释放的时刻为中间时刻 $\frac{\pi m}{2qB_0}$ ；

若粒子经过一个半圆到达 M 点，则粒子在 $0 \sim \frac{\pi m}{qB_0}$ 时间内释放不可能，如果在 $\frac{2\pi m}{qB_0} \sim \frac{3\pi m}{qB_0}$

时间内释放，经过磁场偏转一次的最大横向距离，即直径，也无法到达 M 点，所以考虑在

$\frac{4\pi m}{qB_0} \sim \frac{5\pi m}{qB_0}$ 时间内释放，假设粒子加速的时间为 t_2 ，在竖直方向上

$$q \cdot 3E_0 \cdot t_1' = mv_1''$$

$$y_1'' = \frac{1}{2} v_1'' \cdot t_1'$$

之后粒子在 $\frac{5\pi m}{qB_0} \sim \frac{6\pi m}{qB_0}$ 时间内转动半轴，横向移动距离直接到达 M 点的横坐标，即

$$x_2' = 2r_2'' = 2 \frac{mv_1''}{qB_0} = \frac{4\pi E_0 m}{qB_0^2}$$

解得

$$t_1' = \frac{2}{3} \cdot \frac{\pi m}{qB_0}$$

接下来在 $\frac{6\pi m}{qB_0} \sim \frac{7\pi m}{qB_0}$ 过程中粒子在竖直方向减速为 0 的过程中

$$q \cdot 4E_0 \cdot \Delta t' = mv_1''$$

$$y_3'' = \frac{v_1''}{2} \cdot \Delta t'$$

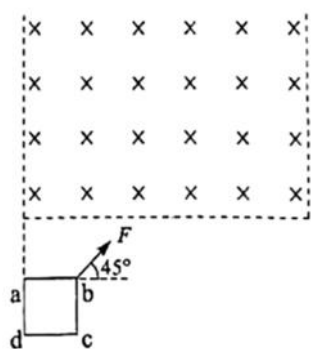
粒子要在 M 点被吸收，需要满足

$$y_1'' - y_3'' \leq \frac{\pi^2 E_0 m}{4qB_0^2}$$

代入验证可知 Δt 在一个周期之内，说明情况成立，所以粒子释放时刻为

$$t = 4 \cdot \frac{\pi m}{qB_0} + \left(\frac{\pi m}{qB_0} - \frac{2}{3} \cdot \frac{\pi m}{qB_0} \right) = \frac{13}{3} \cdot \frac{\pi m}{qB_0}。$$

- 11、(2022·湖北·T15)如图所示，高度足够的匀强磁场区域下边界水平、左右边界竖直，磁场方向垂直于纸面向里。正方形单匝线框 $abcd$ 的边长 $L = 0.2\text{m}$ 、回路电阻 $R = 1.6 \times 10^{-3}\Omega$ 、质量 $m = 0.2\text{kg}$ 。线框平面与磁场方向垂直，线框的 ad 边与磁场左边界平齐， ab 边与磁场下边界的距离也为 L 。现对线框施加与水平向右方向成 $\theta = 45^\circ$ 角、大小为 $4\sqrt{2}\text{N}$ 的恒力 F ，使其在图示竖直平面内由静止开始运动。从 ab 边进入磁场开始，在竖直方向线框做匀速运动； dc 边进入磁场时， bc 边恰好到达磁场右边界。重力加速度大小取 $g = 10\text{m/s}^2$ ，求：
- (1) ab 边进入磁场前，线框在水平方向和竖直方向的加速度大小；
 - (2) 磁场的磁感应强度大小和线框进入磁场的整个过程中回路产生的焦耳热；
 - (3) 磁场区域的水平宽度。



【答案】(1) $a_x = 20\text{m/s}^2$, $a_y = 10\text{m/s}^2$; (2) $B = 0.2\text{T}$, $Q = 0.4\text{J}$; (3) $X = 1.1\text{m}$

【解析】

(1) ab 边进入磁场前，对线框进行受力分析，在水平方向有

$$ma_x = F\cos\theta$$

代入数据有

$$a_x = 20\text{m/s}^2$$

在竖直方向有

$$ma_y = F\sin\theta - mg$$

代入数据有

$$a_y = 10\text{m/s}^2$$

(2) ab 边进入磁场开始， ab 边在竖直方向切割磁感线； ad 边和 bc 边的上部分也开始进入磁场，且在水平方向切割磁感线。但 ad 和 bc 边的上部分产生的感应电动势相互抵消，则整

个回路的电源为 ab ，根据右手定则可知回路的电流为 $adcba$ ，则 ab 边进入磁场开始， ab 边受到的安培力竖直向下， ad 边的上部分受到的安培力水平向右， bc 边的上部分受到的安培力水平向左，则 ad 边和 bc 边的上部分受到的安培力相互抵消，故线框 $abcd$ 受到的安培力的合力为 ab 边受到的竖直向下的安培力。由题知，线框从 ab 边进入磁场开始，在竖直方向线框做匀速运动，有

$$F\sin\theta - mg - BIL = 0$$

$$E = BLv_y$$

$$I = \frac{E}{R}$$

$$v_y^2 = 2a_y L$$

联立有

$$B = 0.2\text{T}$$

由题知，从 ab 边进入磁场开始，在竖直方向线框做匀速运动； dc 边进入磁场时， bc 边恰好到达磁场右边界。则线框进入磁场的整个过程中，线框受到的安培力为恒力，则有

$$Q = W_{\text{安}} = BILy$$

$$y = L$$

$$F\sin\theta - mg = BIL$$

联立解得

$$Q = 0.4\text{J}$$

(3) 线框从开始运动到进入磁场的整个过程中所用的时间为

$$v_y = a_y t_1$$

$$L = v_y t_2$$

$$t = t_1 + t_2$$

联立解得

$$t = 0.3\text{s}$$

由(2)分析可知线框在水平方向一直做匀加速直线运动，则在水平方向有

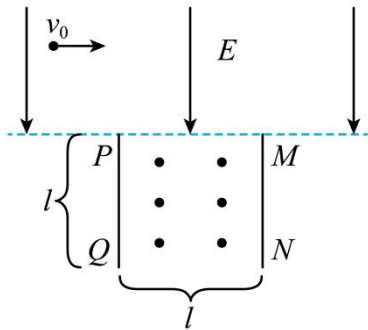
$$x = \frac{1}{2} a_x t^2 = \frac{1}{2} \times 20 \times 0.3^2 \text{m} = 0.9\text{m}$$

则磁场区域的水平宽度

$$X = x + L = 1.1\text{m}$$

12.2021 全国甲卷第 12 题. 如图，长度均为 l 的两块挡板竖直相对放置，间距也为 l ，两挡板上边缘 P 和 M 处于同一水平线上，在该水平线的上方区域有方向竖直向下的匀强电场，电场强度大小为 E ；两挡板间有垂直纸面向外、磁感应强度大小可调节的匀强磁场。一质量为 m ，电荷量为 q ($q>0$) 的粒子自电场中某处以大小为 v_0 的速度水平向右发射，恰好从 P 点处射入磁场，从两挡板下边缘 Q 和 N 之间射出磁场，运动过程中粒子未与挡板碰撞。已知粒子射入磁场时的速度方向与 PQ 的夹角为 60° ，不计重力。

- (1) 求粒子发射位置到 P 点的距离；
- (2) 求磁感应强度大小的取值范围；
- (3) 若粒子正好从 QN 的中点射出磁场，求粒子在磁场中的轨迹与挡板 MN 的最近距离。



【答案】 (1) $\frac{\sqrt{13}mv_0^2}{6qE}$; (2) $\frac{2mv_0}{(3+\sqrt{3})ql} \leq B \leq \frac{2mv_0}{ql}$; (3) 粒子运动轨迹见解析，

$$\frac{39-10\sqrt{3}}{44}l$$

【解析】

(1) 带电粒子在匀强电场中做类平抛运动，由类平抛运动规律可知

$$x = v_0 t \quad ①$$

$$y = \frac{1}{2}at^2 = \frac{qEt^2}{2m} \quad ②$$

粒子射入磁场时的速度方向与 PQ 的夹角为 60° ，有

$$\tan 30^\circ = \frac{v_y}{v_x} = \frac{at}{v_0} \quad ③$$

粒子发射位置到 P 点的距离

$$s = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (4)$$

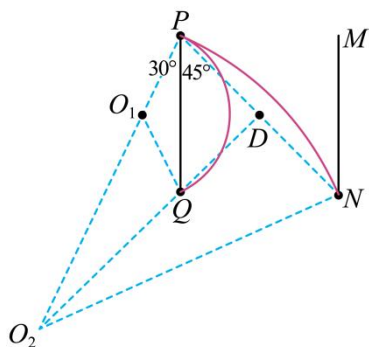
由①②③④式得

$$s = \frac{\sqrt{13}mv_0^2}{6qE} \quad (5)$$

(2) 带电粒子在磁场运动在速度

$$v = \frac{v_0}{\cos 30^\circ} = \frac{2\sqrt{3}v_0}{3} \quad (6)$$

带电粒子在磁场中运动两个临界轨迹（分别从 Q 、 N 点射出）如图所示



由几何关系可知，最小半径

$$r_{\min} = \frac{\frac{l}{2}}{\cos 30^\circ} = \frac{\sqrt{3}}{3}l \quad (7)$$

最大半径

$$r_{\max} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}l}{\cos 75^\circ} = (\sqrt{3}+1)l \quad (8)$$

带电粒子在磁场中做圆周运动的向心力由洛伦兹力提供，由向心力公式可知

$$qvB = \frac{mv^2}{r} \quad (9)$$

由⑥⑦⑧⑨解得，磁感应强度大小的取值范围

$$\frac{2mv_0}{(3+\sqrt{3})ql} \leq B \leq \frac{2mv_0}{ql}$$

(3) 若粒子正好从 QN 的中点射出磁场时，带电粒子运动轨迹如图所示。

由几何关系可知

$$\sin \theta = \frac{\frac{l}{2}}{\frac{\sqrt{5}}{2}l} = \frac{\sqrt{5}}{5} \quad (10)$$

带电粒子的运动半径为

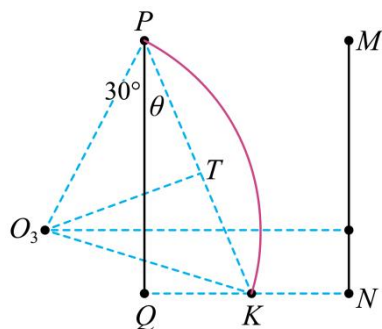
$$r_3 = \frac{\frac{\sqrt{5}}{4}l}{\cos(30^\circ + \theta)} \quad (11)$$

粒子在磁场中的轨迹与挡板 MN 的最近距离

$$d_{\min} = (r_3 \sin 30^\circ + l) - r_3 \quad (12)$$

由⑩⑪⑫式解得

$$d = \frac{39 - 10\sqrt{3}}{44}l \quad (13)$$



【点评】本题考的是数学，作图是关键。

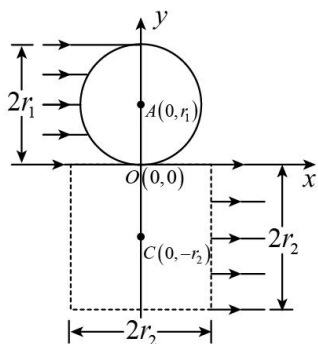
13.2021 湖南卷第 13 题. 带电粒子流的磁聚焦和磁控束是薄膜材料制备的关键技术之一、带电粒子流（每个粒子的质量为 m 、电荷量为 $+q$ ）以初速度 v 垂直进入磁场，不计重力及带电粒子之间的相互作用。对处在 xOy 平面内的粒子，求解以下问题。

（1）如图（a），宽度为 $2r_1$ 的带电粒子流沿 x 轴正方向射入圆心为 $A(0, r_1)$ 、半径为 r_1 的圆形匀强磁场中，若带电粒子流经过磁场后都汇聚到坐标原点 O ，求该磁场磁感应强度 B_1 的大小；

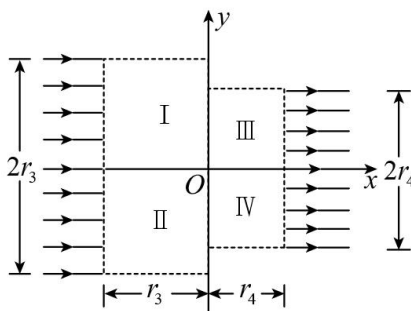
（2）如图（a），虚线框为边长等于 $2r_2$ 的正方形，其几何中心位于 $C(0, -r_2)$ 。在虚线框内设计一个区域面积最小的匀强磁场，使汇聚到 O 点的带电粒子流经过该区域后宽度变为 $2r_2$ ，并沿 x 轴正方向射出。求该磁场磁感应强度 B_2 的大小和方向，以及该磁场区域的面积（无

需写出面积最小的证明过程)；

(3) 如图(b)，虚线框I和II均为边长等于 r_3 的正方形，虚线框III和IV均为边长等于 r_4 的正方形。在I、II、III和IV中分别设计一个区域面积最小的匀强磁场，使宽度为 $2r_3$ 的带电粒子流沿 x 轴正方向射入I和II后汇聚到坐标原点 O ，再经过III和IV后宽度变为 $2r_4$ ，并沿 x 轴正方向射出，从而实现带电粒子流的同轴控束。求I和III中磁场磁感应强度的大小，以及II和IV中匀强磁场区域的面积(无需写出面积最小的证明过程)。



图(a)



图(b)

【答案】(1) $\frac{mv}{qr_1}$ ；(2) $\frac{mv}{qr_2}$ ，垂直与纸面向里， $S_2 = \pi r_2^2$ ；(3) $B_I = \frac{mv}{qr_3}$ ， $B_{III} = \frac{mv}{qr_4}$ ，

$$S_{II} = \left(\frac{1}{2}\pi - 1\right)r_3^2, \quad S_{IV} = \left(\frac{1}{2}\pi - 1\right)r_4^2$$

【解析】

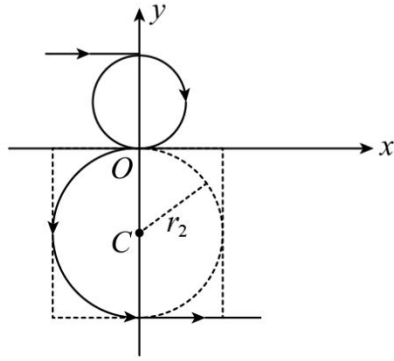
(1) 粒子垂直 x 进入圆形磁场，在坐标原点 O 汇聚，满足磁聚焦的条件，即粒子在磁场中运动的半径等于圆形磁场的半径 r_1 ，粒子在磁场中运动，洛伦兹力提供向心力

$$qvB_1 = m \frac{v^2}{r_1}$$

解得

$$B_1 = \frac{mv}{qr_1}$$

(2) 粒子从 O 点进入下方虚线区域，若要从聚焦的 O 点飞入然后平行 x 轴飞出，为磁发散的过程，即粒子在下方圆形磁场运动的轨迹半径等于磁场半径，粒子轨迹最大的边界如图所示，图中圆形磁场即为最小的匀强磁场区域



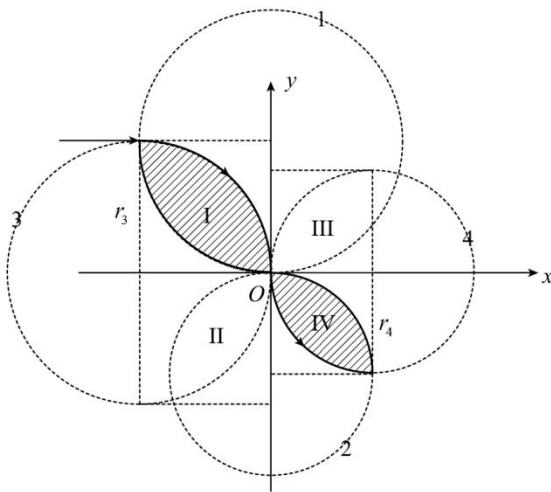
磁场半径为 r_2 ，根据 $qvB = m \frac{v^2}{r}$ 可知磁感应强度为

$$B_2 = \frac{mv}{qr_2}$$

根据左手定则可知磁场的方向为垂直纸面向里，圆形磁场的面积为

$$S_2 = \pi r_2^2$$

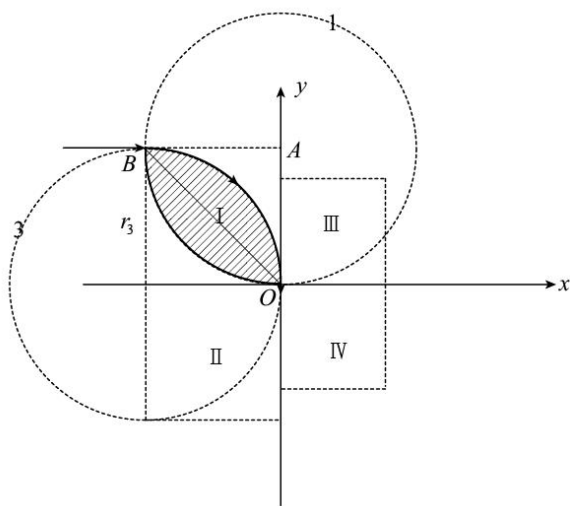
(3) 粒子在磁场中运动，3 和 4 为粒子运动的轨迹圆，1 和 2 为粒子运动的磁场的圆周



根据 $qvB = m \frac{v^2}{r}$ 可知 I 和 III 中的磁感应强度为

$$B_I = \frac{mv}{qr_3}, \quad B_{III} = \frac{mv}{qr_4}$$

图中箭头部分的实线为粒子运动的轨迹，可知磁场的最小面积为叶子形状，取 I 区域如图



图中阴影部分面积的一半为四分之一圆周 $\widehat{S}_{AOB}$ 与三角形 S_{AOB} 之差，所以阴影部分的面积为

$$S_1 = 2(\widehat{S}_{AOB} - S_{AOB}) = 2 \times \left(\frac{1}{4} \pi r_3^2 - \frac{1}{2} r_3^2 \right) = \left(\frac{1}{2} \pi - 1 \right) r_3^2$$

类似地可知 IV 区域的阴影部分面积为

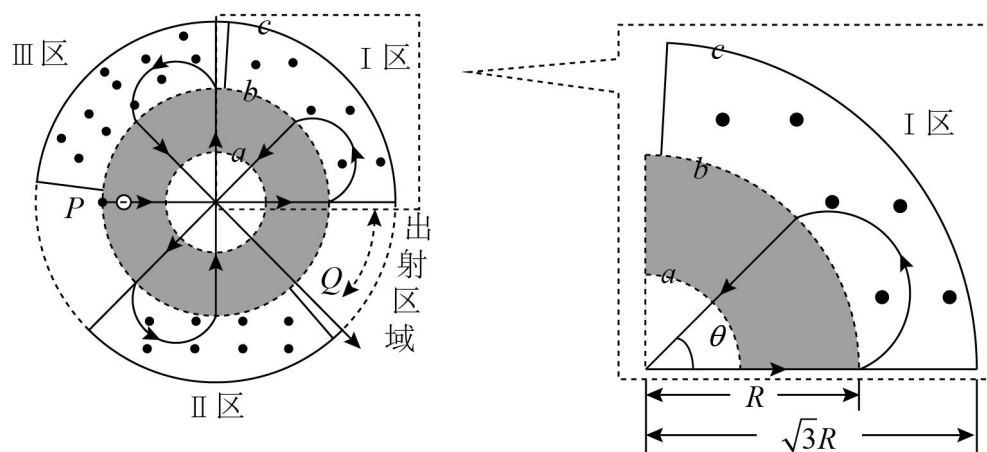
$$S_{IV} = 2 \times \left(\frac{1}{4} \pi r_4^2 - \frac{1}{2} r_4^2 \right) = \left(\frac{1}{2} \pi - 1 \right) r_4^2$$

根据对称性可知 II 中的匀强磁场面积为

14.2021 广东卷第 14 题. 图是一种花瓣形电子加速器简化示意图，空间有三个同心圆 a 、 b 、 c 围成的区域，圆 a 内为无场区，圆 a 与圆 b 之间存在辐射状电场，圆 b 与圆 c 之间有三个圆心角均略小于 90° 的扇环形匀强磁场区 I、II 和 III。各区感应强度恒定，大小不同，方向均垂直纸面向外。电子以初动能 E_{k0} 从圆 b 上 P 点沿径向进入电场，电场可以反向，保证电子每次进入电场即被全程加速，已知圆 a 与圆 b 之间电势差为 U ，圆 b 半径为 R ，圆 c 半径为 $\sqrt{3}R$ ，电子质量为 m ，电荷量为 e ，忽略相对论效应，取 $\tan 22.5^\circ = 0.4$ 。

(1) 当 $E_{k0} = 0$ 时，电子加速后均沿各磁场区边缘进入磁场，且在电场内相邻运动轨迹的夹角 θ 均为 45° ，最终从 Q 点出射，运动轨迹如图中带箭头实线所示，求 I 区的磁感应强度大小、电子在 I 区磁场中的运动时间及在 Q 点出射时的动能；

(2) 已知电子只要不与 I 区磁场外边界相碰，就能从出射区域出射。当 $E_{k0} = keU$ 时，要保证电子从出射区域出射，求 k 的最大值。

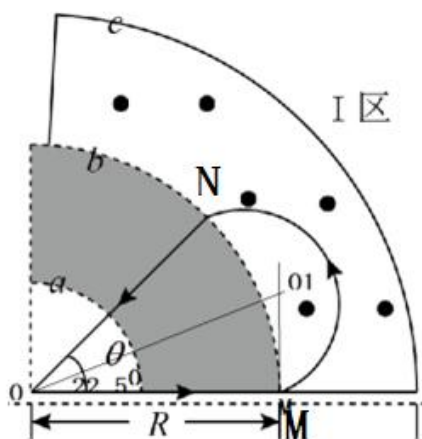


【答案】(1) $\frac{5\sqrt{eUm}}{eR}$, $\frac{\pi R\sqrt{meU}}{4eU}$, $8eU$; (2) $\frac{13}{6}$

【解析】(1) 电子在电场中加速有

$$2eU = \frac{1}{2}mv^2$$

在磁场I中，做图如下：从M作OM的垂线MO₁，从O作∠MON的平分线，与MO₁相交于O₁，则O₁是带电粒子在磁场中作圆周运动的圆心。



由几何关系可得

$$r = R \tan 22.5^\circ = 0.4R$$

$$B_1 ev = m \frac{v^2}{r}$$

联立解得

$$B_1 = \frac{5\sqrt{eUm}}{eR}$$

在磁场I中的运动周期为

$$T = \frac{2\pi r}{v}$$

由几何关系可得，电子在磁场I中运动的圆心角为

$$\varphi = \frac{5}{4}\pi$$

在磁场I中的运动时间为

$$t = \frac{\varphi}{2\pi}T$$

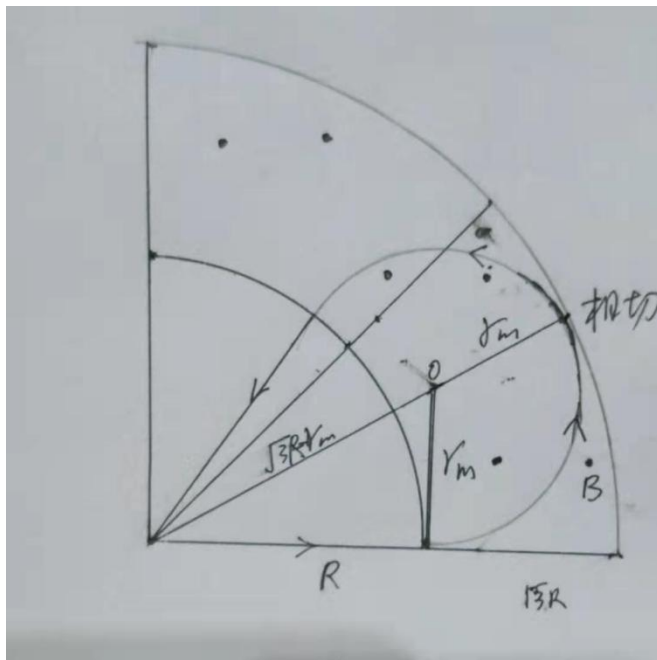
联立解得

$$t = \frac{\pi R \sqrt{meU}}{4eU}$$

从Q点出来的动能为

$$E_k = 8eU$$

(2) 在磁场I中的做匀速圆周运动的最大半径为 r_m ，此时圆周的轨迹与I边界相切，见下图



由几何关系可得

$$(\sqrt{3}R - r_m)^2 = R^2 + r_m^2$$

解得

$$r_m = \frac{\sqrt{3}}{3}R$$

由于

$$B_1 e v_m = m \frac{v_m^2}{r_m}$$

$$2eU = \frac{1}{2} m v_m^2 - keU$$

联立解得

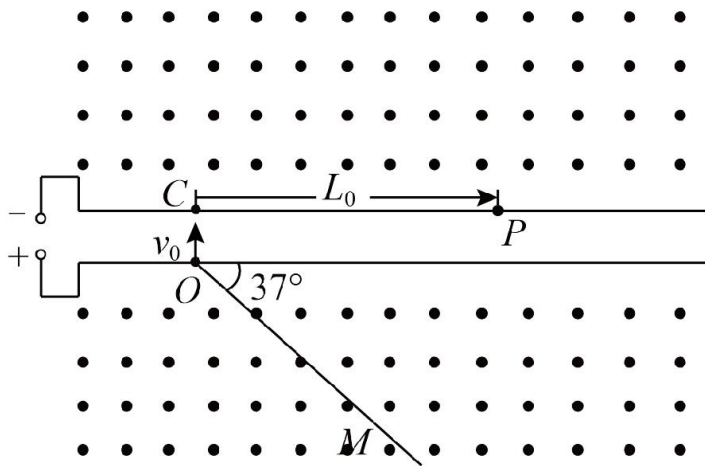
$$k = \frac{13}{6}$$

15.2021 河北卷第 14 题. 如图, 一对长平行栅极板水平放置, 极板外存在方向垂直纸面向外、磁感应强度大小为 B 的匀强磁场, 极板与可调电源相连, 正极板上 O 点处的粒子源垂直极板向上发射速度为 v_0 、带正电的粒子束, 单个粒子的质量为 m 、电荷量为 q , 一足够长的挡板 OM 与正极板成 37° 倾斜放置, 用于吸收打在其上的粒子, C 、 P 是负极板上的两点, C 点位于 O 点的正上方, P 点处放置一粒子靶 (忽略靶的大小), 用于接收从上方打入的粒子, CP 长度为 L_0 , 忽略栅极的电场边缘效应、粒子间的相互作用及粒子所受重力。 $\sin 37^\circ = \frac{3}{5}$ 。

(1) 若粒子经电场一次加速后正好打在 P 点处的粒子靶上, 求可调电源电压 U_0 的大小;

(2) 调整电压的大小, 使粒子不能打在挡板 OM 上, 求电压的最小值 $U_{\min}$;

(3) 若粒子靶在负极板上的位置 P 点左右可调, 则负极板上存在 H 、 S 两点 ($CH \leq CP < CS$, H 、 S 两点未在图中标出)、对于粒子靶在 HS 区域内的每一点, 当电压从零开始连续缓慢增加时, 粒子靶均只能接收到 n ($n \geq 2$) 种能量的粒子, 求 CH 和 CS 的长度 (假定在每个粒子的整个运动过程中电压恒定)。



【答案】(1) $U_0 = \frac{B^2 q L_0^2}{8m} - \frac{mv_0^2}{2q}$; (2) $U_{\min} = \frac{7mv_0^2}{18q}$; (3) $CH = \frac{10mv_0}{3qB}$; $CS \rightarrow \infty$

【解析】(1) 从 O 点射出的粒子在板间被加速，则

$$U_0 q = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$$

粒子在磁场中做圆周运动，则半径

$$r = \frac{L_0}{2}$$

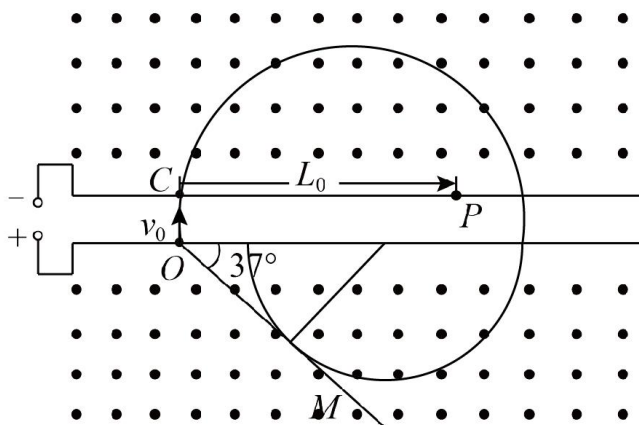
由

$$qvB = m \frac{v^2}{r}$$

解得

$$U_0 = \frac{B^2 q L_0^2}{8m} - \frac{mv_0^2}{2q}$$

(2) 当电压有最小值时，当粒子穿过下面的正极板后，圆轨道与挡板 OM 相切，此时粒子恰好不能打到挡板上，则



从 O 点射出的粒子在板间被加速，则

$$U_{\min}q = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$$

粒子在负极板上方的磁场中做圆周运动

$$qvB = m \frac{v^2}{r_{\min}}$$

粒子从负极板传到正极板时速度仍减小到 v_0 ，则

$$qv_0B = m \frac{v_0^2}{r'}$$

由几何关系可知

$$2r_{\min} = \frac{r'}{\sin 37^\circ} + r'$$

联立解得

$$v = \frac{4v_0}{3}$$

$$U_{\min} = \frac{7mv_0^2}{18q}$$

(3) 设粒子第一次经过电场加速，在负极板上方磁场区域偏转的轨迹半径为 r_0 ，若粒子在电场加速电压小于 $U_{\min}$ ，粒子穿过磁场在正极板下方磁场运动时，会被 OM 板吸收。则第一次

出现能吸收到 n ($n \geq 2$) 种能量的位置 (即 H 点)，为粒子通过极板电压 $U_{\min} = \frac{7mv_0^2}{18q}$ 时，

粒子第二次从上方打到负极板的位置 (轨迹如图中蓝色线条所示)。由 (2) 的计算可知

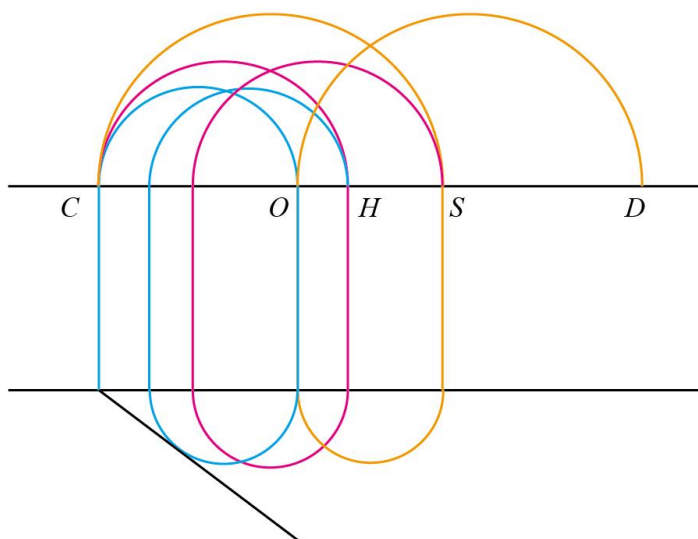
$$r_1 = r_{\min} = \frac{4mv_0}{3qB}, \text{ 又 } r' = \frac{3}{4}r_{\min}$$

则

$$CH = 4r_1 - 2r' = \frac{10mv_0}{3qB}$$

极板电压大于 $U_{\min} = \frac{7mv_0^2}{18q}$ 时，粒子均不会被 OM 吸收，可以经过正极板下方磁场偏转，

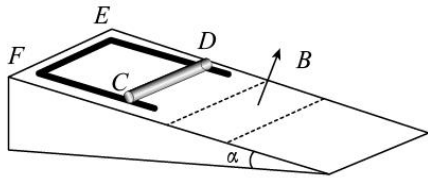
回到负极板上方磁场中，偏转后打在负极板上。则 H 点右方的点的粒子靶都可以接受到 n ($n \geq 2$) 种能量的粒子。即 $CS \rightarrow \infty$ 。



16.2021 全国乙卷第 12 题. 如图，一倾角为 α 的光滑固定斜面的顶端放有质量 $M = 0.06\text{kg}$ 的 U 型导体框，导体框的电阻忽略不计；一电阻 $R = 3\Omega$ 的金属棒 CD 的两端置于导体框上，与导体框构成矩形回路 $CDEF$ ； EF 与斜面底边平行，长度 $L = 0.6\text{m}$ 。初始时 CD 与 EF 相距 $s_0 = 0.4\text{m}$ ，金属棒与导体框同时由静止开始下滑，金属棒下滑距离 $s_1 = \frac{3}{16}\text{m}$ 后进入一方向垂直于斜面的匀强磁场区域，磁场边界（图中虚线）与斜面底边平行；金属棒在磁场中做匀速运动，直至离开磁场区域。当金属棒离开磁场的瞬间，导体框的 EF 边正好进入磁场，并在匀速运动一段距离后开始加速。已知金属棒与导体框之间始终接触良好，磁场的磁感应强度大小 $B = 1\text{T}$ ，重力加速度大小取 $g = 10\text{m/s}^2$, $\sin \alpha = 0.6$ 。求：

(1) 金属棒在磁场中运动时所受安培力的大小；

- (2) 金属棒的质量以及金属棒与导体框之间的动摩擦因数；
 (3) 导体框匀速运动的距离。



【答案】(1) 0.18N ；(2) $m = 0.02\text{kg}$ ， $\mu = \frac{3}{8}$ ；(3) $x_2 = \frac{5}{18}\text{m}$

【解析】(1) 根据题意可得金属棒和导体框在没有进入磁场时一起做匀加速直线运动，由动能定理可得

$$(M + m)gs_1 \sin \alpha = \frac{1}{2}(M + m)v_0^2$$

代入数据解得

$$v_0 = \frac{3}{2}\text{m/s}$$

金属棒在磁场中切割磁场产生感应电动势，由法拉第电磁感应定律可得

$$E = BLv_0$$

由闭合回路的欧姆定律可得

$$I = \frac{E}{R}$$

则导体棒刚进入磁场时受到的安培力为

$$F_{\text{安}} = BIL = 0.18\text{N}$$

(2) 金属棒进入磁场以后因为瞬间受到安培力的作用，根据楞次定律可知金属棒的安培力沿斜面向上，之后金属棒相对导体框向上运动，因此金属棒受到导体框给的沿斜面向下的滑动摩擦力，因匀速运动，可有

$$mg \sin \alpha + \mu mg \cos \alpha = F_{\text{安}} \text{ 得 } \mu = (9 - 300m) / 400m \quad (1)$$

此时导体框向下做匀加速运动，根据牛顿第二定律可得

$$Mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha = Ma \text{ 得 } a = 100m + 3 \quad (2)$$

设磁场区域的宽度为 x ，则金属棒在磁场中运动的时间为

$$t = \frac{x}{v_0} \quad (3)$$

则此时导体框的速度为 $v_1 = v_0 + at$ 得 $1.5+2x+200mx/3$ (4)

则导体框的位移

$$x_1 = v_0 t + \frac{1}{2} at^2 \text{ 得 } x_1 = x + 200mx^2/9 + 2x^2/3 \text{ (5)}$$

因此导体框和金属棒的相对位移为

$$\Delta x = x_1 - x = \frac{1}{2} at^2 \text{ 得 } \Delta x = \frac{200}{9} mx^2 + \frac{2}{3} x^2 \text{ (6)}$$

由题意当金属棒离开磁场时金属框的上端 EF 刚好进入线框，则有位移关系

$$s_0 - \Delta x = x \text{ 得 } 0.4 - \frac{200}{9} mx^2 - \frac{2}{3} x^2 = x \text{ (7)}$$

金属框进入磁场时匀速运动，此时的电动势为

$$E_1 = BLv_1, \quad I_1 = \frac{BLv_1}{R} \text{ (8)}$$

导体框受到向上的安培力和滑动摩擦力，因此可得

$$Mg \sin \alpha = \mu mg \cos \alpha + BI_1 L \text{ (9)}$$

$$(8) \text{ 代入 } (9) \text{ 得 } Mg \sin \alpha = \mu mg \cos \alpha + \frac{B^2 L^2 v_1}{R} \text{ (10)}$$

$$\text{代入已知数据解得 } m = \frac{0.24x}{6-8x} \text{ (11)}$$

将 (11) 式代入 (7) 式解得

$$108x^2 + 82.8x - 21.6 = 0 \text{ (幸亏 } x^3 \text{ 项被消去)}$$

解此关于 x 的一元二次方程得

$$x = 0.344\text{m} \text{ 约等于 } x = 0.3\text{m} \text{ (12)}$$

$$\text{将 (12) 式代入 (11) 式得 } m = 0.02\text{kg} \text{ (13)}$$

$$\text{将 (13) 式代入 (2) 式得 } a = 5\text{m/s}^2$$

$$\text{将 (13) 式代入 (1) 式得 } \mu = \frac{3}{8}$$

$$\text{概括之：联立以上可得 } x = 0.3\text{m}, \quad a = 5\text{m/s}^2, \quad m = 0.02\text{kg}, \quad \mu = \frac{3}{8}$$

我也试图把 (11) 式改为 $x = \frac{6m}{8m+0.24}$ 代入 (7) 式先求 m ，因为出现了 x^4 项而不成功。

我解这道题用了 10 几张草稿纸，用计算器还用了半天的时间，考生在考场上怎么能解得出来呢？

(3) 金属棒出磁场以后，速度小于导体框的速度，因此受到向下的摩擦力，做加速运动，则有 $mg \sin \alpha + \mu mg \cos \alpha = ma_1$ 解得 $a_1 = 9 \text{ m/s}^2$

金属棒向下加速，导体框匀速，当共速时导体框不再匀速，则有 $v_0 + a_1 t_1 = v_1$ 解得 $t_1 = \frac{v_1 - v_0}{a}$

由 (4) 式解得 $v_1 = 2.5 \text{ m/s}$ ，代入上式得 $t_1 = 1/9 (\text{s})$

导体框匀速运动的距离为 $x_2 = v_1 t_1$

代入数据解得 $x_2 = \frac{2.5}{9} \text{ m} = \frac{5}{18} \text{ m}$

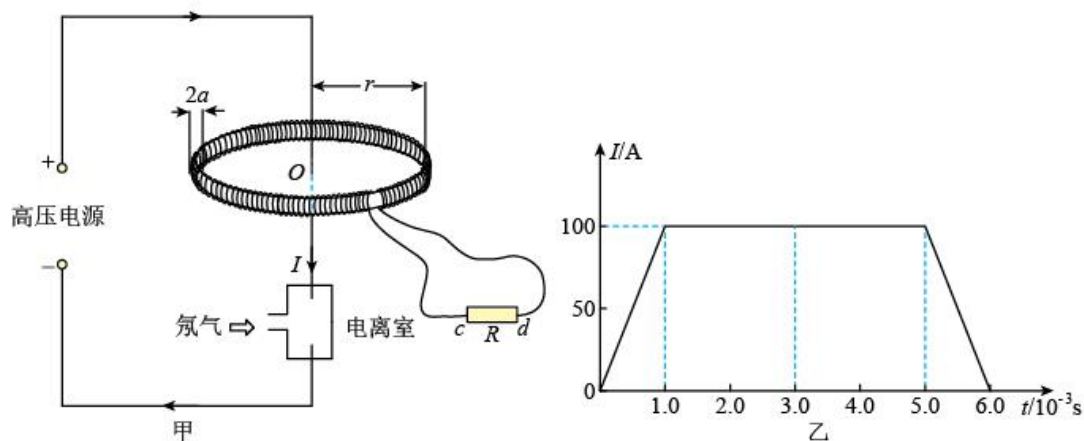
17.2021 浙江卷第 22 题. 一种探测气体放电过程的装置如图甲所示，充满氖气 (Ne) 的电离室中有两电极与长直导线连接，并通过两水平长导线与高压电源相连。在与长直导线垂直的平面内，以导线为对称轴安装一个用阻值 $R_0 = 10 \Omega$ 的细导线绕制、匝数 $N = 5 \times 10^3$ 的圆形螺线管，细导线的始末两端 c 、 d 与阻值 $R = 90 \Omega$ 的电阻连接。螺线管的横截面是半径 $a = 1.0 \times 10^{-2} \text{ m}$ 的圆，其中心与长直导线的距离 $r = 0.1 \text{ m}$ 。气体被电离后在长直导线回路中产生顺时针方向的电流 I ，其 $I-t$ 图像如图乙所示。为便于计算，螺线管内各处的磁感应强度大小均可视为 $B = \frac{kI}{r}$ ，其中 $k = 2 \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}$ 。

(1) 求 $0 \sim 6.0 \times 10^{-3} \text{ s}$ 内通过长直导线横截面的电荷量 Q ；

(2) 求 $3.0 \times 10^{-3} \text{ s}$ 时，通过螺线管某一匝线圈的磁通量 Φ ；

(3) 若规定 $c \rightarrow R \rightarrow d$ 为电流的正方向，在不考虑线圈自感的情况下，通过计算，画出通过电阻 R 的 $i_R - t$ 图像；

(4) 若规定 $c \rightarrow R \rightarrow d$ 为电流的正方向，考虑线圈自感，定性画出通过电阻 R 的 $i_R - t$ 图像。



【答案】(1) $Q = 0.5\text{C}$; (2) $\Phi = 6.28 \times 10^{-8}\text{Wb}$; (3) 见解析; (4) 见解析

【解析】(1) 由电量和电流的关系 $q = It$ 可知 $I-t$ 图像下方的面积表示电荷量，因此有

$$Q = \bar{I}_1 \Delta t_1 + I_2 \Delta t_2 + \bar{I}_3 \Delta t_3$$

代入数据解得

$$Q = 0.5\text{C}$$

(2) 由磁通量的定义可得

$$\Phi = BS = \frac{kI}{r} \times \pi a^2$$

代入数据可得

$$\Phi = 6.28 \times 10^{-8}\text{Wb}$$

(3) 在 $0 \sim 1.0 \times 10^{-3}\text{s}$ 时间内电流均匀增加，有楞次定律可知感应电流的方向 $c \rightarrow R \rightarrow d$ ，产生恒定的感应电动势

$$E = N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = \frac{Nk\pi a^2}{r} \times \frac{\Delta I}{\Delta t}$$

由闭合回路欧姆定律可得

$$i_R = \frac{E}{R + R_0}$$

代入数据解得

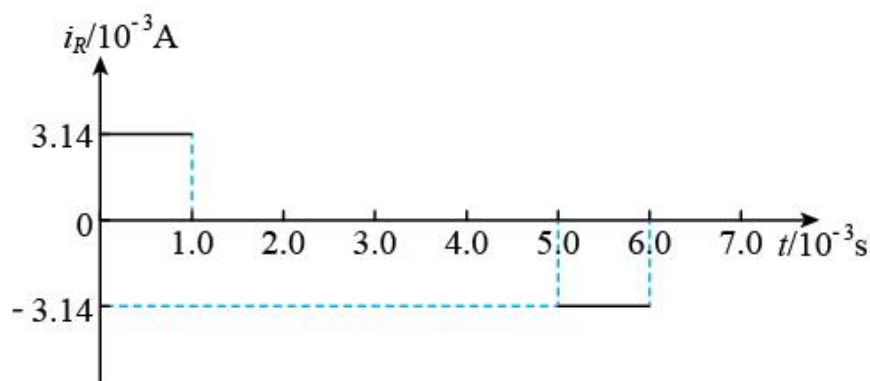
$$i_R = 3.14 \times 10^{-3}\text{A}$$

在 $1.0 \times 10^{-3}\text{s} \sim 5.0 \times 10^{-3}\text{s}$ 电流恒定，穿过圆形螺旋管的磁场恒定，因此感应电动势为零，

感应电流为零，而在 $5.0 \times 10^{-3} \text{s} \sim 6.0 \times 10^{-3} \text{s}$ 时间内电流随时间均匀变化，斜率大小和

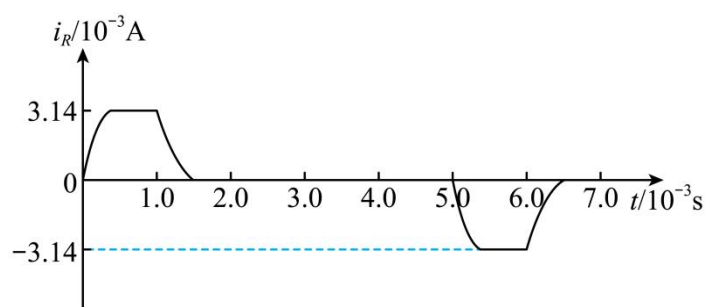
$0 \sim 1.0 \times 10^{-3} \text{s}$ 大小相同，因此电流大小相同，由楞次定律可知感应电流的方向为

$d \rightarrow R \rightarrow c$ ，则图像如图所示



(4) 考虑自感的情况下，线框会产生自感电动势阻碍电流的增加，因此电流是缓慢增加的，过一段时间电路达到稳定后自感消失，电流的峰值和之前大小相同，在

$1.0 \times 10^{-3} \text{s} \sim 5.0 \times 10^{-3} \text{s}$ 时间内电路中的磁通量不变化电流要减小为零，因此自感电动势会阻碍电流的减小，使得电流缓慢减小为零，电流图像如图



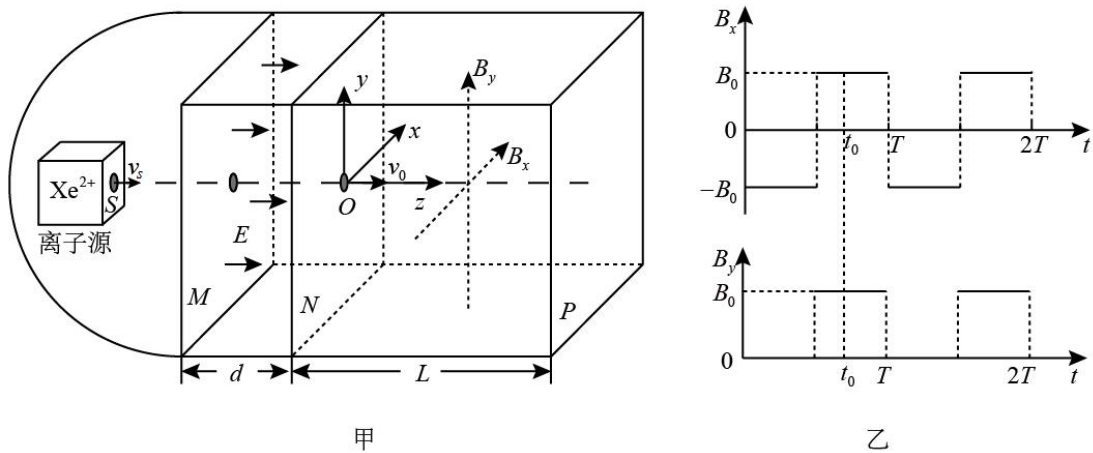
18.2021 浙江卷第 23 题. 如图甲所示，空间站上某种离子推进器由离子源、间距为 d 的中间有小孔的两平行金属板 M、N 和边长为 L 的立方体构成，其后端面 P 为喷口。以金属板 N 的中心 O 为坐标原点，垂直立方体侧面和金属板建立 x 、 y 和 z 坐标轴。M、N 板之间存在场强为 E 、方向沿 z 轴正方向的匀强电场；立方体内存在磁场，其磁感应强度沿 z 方向的分量始终为零，沿 x 和 y 方向的分量 B_x 和 B_y 随时间周期性变化规律如图乙所示，图中 B_0 可调。氙离子 (Xe^{2+}) 束从离子源小孔 S 射出，沿 z 方向匀速运动到 M 板，经电场加速进入磁场区域，最后从端面 P 射出，测得离子经电场加速后在金属板 N 中心点 O 处相对推进器的速度为 v_0 。已知单个离子的质量为 m 、电荷量为 $2e$ ，忽略离子间的相互作用，且射出的

离子总质量远小于推进器的质量。

(1) 求离子从小孔 S 射出时相对推进器的速度大小 v_s ;

(2) 不考虑在磁场突变时运动的离子, 调节 B_0 的值, 使得从小孔 S 射出的离子均能从喷口后端面 P 射出, 求 B_0 的取值范围;

(3) 设离子在磁场中的运动时间远小于磁场变化周期 T , 单位时间从端面 P 射出的离子数为 n , 且 $B_0 = \frac{\sqrt{2}mv_0}{5eL}$ 。求图乙中 t_0 时刻离子束对推进器作用力沿 z 轴方向的分力。



【答案】(1) $v_s = \sqrt{v_0^2 - \frac{4eEd}{m}}$; (2) $0 \sim \frac{mv_0}{3eL}$; (3) $\frac{3}{5}nmv_0$, 方向沿 z 轴负方向

【解析】(1) 离子从小孔 S 射出运动到金属板 N 中心点 O 处, 根据动能定理有

$$2eEd = \frac{1}{2}mv_0^2 - \frac{1}{2}mv_s^2$$

解得离子从小孔 S 射出时相对推进器的速度大小

$$v_s = \sqrt{v_0^2 - \frac{4eEd}{m}}$$

(2) 当磁场仅有沿 x 方向的分量取最大值时, 离子从喷口 P 的下边缘中点射出, 根据几何关系有

$$\left(R_1 - \frac{L}{2}\right)^2 + L^2 = R_1^2$$

根据洛伦兹力提供向心力有

$$2ev_0B_0 = \frac{mv_0^2}{R_1}$$

联立解得

$$B_0 = \frac{2mv_0}{5eL}$$

当磁场在 x 和 y 方向的分量同取最大值时，离子从喷口 P 边缘交点射出，根据几何关系有

$$\left(R_2 - \frac{\sqrt{2}L}{2}\right)^2 + L^2 = R_2^2$$

此时 $B = \sqrt{2}B_0$ ；根据洛伦兹力提供向心力有

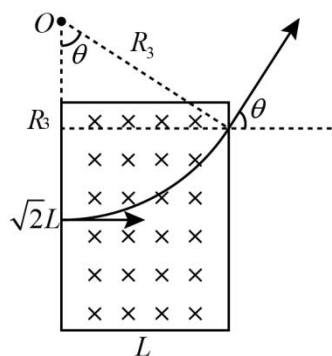
$$2e \times v_0 \times \sqrt{2}B_0 = \frac{mv_0^2}{R_2}$$

联立解得

$$B_0 = \frac{mv_0}{3eL}$$

故 B_0 的取值范围为 $0 \sim \frac{mv_0}{3eL}$ ；

(3) 粒子在立方体中运动轨迹剖面图如图所示



由题意根据洛伦兹力提供向心力有

$$2e \times v_0 \times \sqrt{2}B_0 = \frac{mv_0^2}{R_3}$$

且满足

$$B_0 = \frac{\sqrt{2}mv_0}{5eL}$$

所以可得

$$R_3 = \frac{mv_0}{2\sqrt{2}eB_0} = \frac{5}{4}L$$

所以可得

$$\cos\theta = \frac{3}{5}$$

离子从端面 P 射出时，在沿 z 轴方向根据动量定理有

$$F\Delta t = n\Delta t m v_0 \cos\theta - 0$$

根据牛顿第三定律可得离子束对推进器作用力大小为

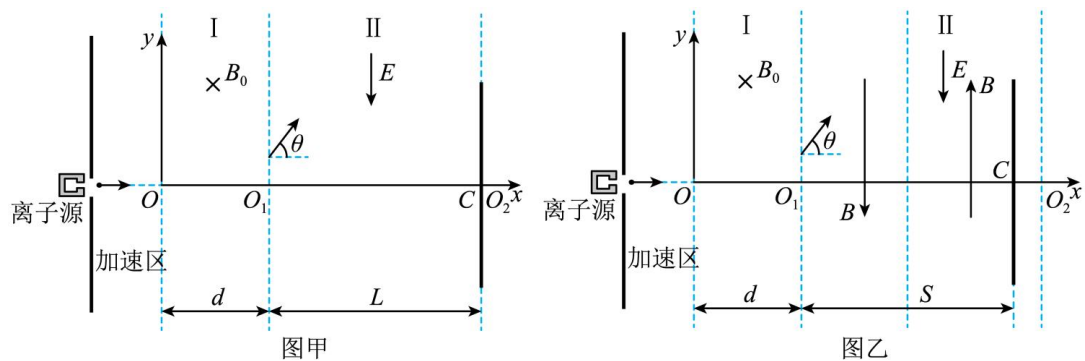
$$F' = \frac{3}{5}nmv_0$$

方向沿 z 轴负方向。

19.2021 山东卷第 17 题.

某离子实验装置的基本原理如图甲所示。I 区宽度为 d ，左边界与 x 轴垂直交于坐标原点 O ，其内充满垂直于 xOy 平面向里的匀强磁场，磁感应强度大小为 B_0 ；II 区宽度为 L ，左边界与 x 轴垂直交于 O_1 点，右边界与 x 轴垂直交于 O_2 点，其内充满沿 y 轴负方向的匀强电场。测试板垂直 x 轴置于 II 区右边界，其中心 C 与 O_2 点重合。从离子源不断飘出电荷量为 q 、质量为 m 的正离子，加速后沿 x 轴正方向过 O 点，依次经 I 区、II 区，恰好到达测试板中心 C 。已知离子刚进入 II 区时速度方向与 x 轴正方向的夹角为 θ 。忽略离子间的相互作用，不计重力。

- (1) 求离子在 I 区中运动时速度的大小 v ；
- (2) 求 II 区内电场强度的大小 E ；
- (3) 保持上述条件不变，将 II 区分为左右两部分，分别填充磁感应强度大小均为 B （数值未知）方向相反且平行 y 轴的匀强磁场，如图乙所示。为使离子的运动轨迹与测试板相切于 C 点，需沿 x 轴移动测试板，求移动后 C 到 O_1 的距离 S 。



【答案】(1) $v = \frac{qB_0 d}{m \sin \theta}$; (2) $E = \frac{2qB_0^2 d^2}{mL^2 \tan^2 \theta} \left(L \tan \theta + \frac{d}{\sin \theta} - \frac{d}{\tan \theta} \right)$; (3)

$$S = \frac{6(\sqrt{3}+1)}{7\pi} L$$

【解析】(1) 设离子在I区内做匀速圆周运动的半径为 r ，由牛顿第二定律得

$$qvB_0 = m \frac{v^2}{r} \quad ①$$

根据几何关系得

$$\sin \theta = \frac{d}{r} \quad ②$$

联立①②式得

$$v = \frac{qB_0 d}{m \sin \theta}$$

(2) 离子在II区内只受电场力， x 方向做匀速直线运动， y 方向做匀变速直线运动，设从进入电场到击中测试板中心 C 的时间为 t ， y 方向的位移为 y_0 ，加速度大小为 a ，由牛顿第二定律得

$$qE = ma$$

由运动的合成与分解得

$$L = (v \cos \theta) t, \quad y_0 = -r(1 - \cos \theta), \quad y_0 = (v \sin \theta) t - \frac{1}{2} a t^2$$

联立得

$$E = \frac{2qB_0^2 d^2}{mL^2 \tan^2 \theta} \left(L \tan \theta + \frac{d}{\sin \theta} - \frac{d}{\tan \theta} \right)$$

(3) II区内填充磁场后, 离子在垂直 y 轴的方向做线速度大小为 $v \cos \theta$ 的匀速圆周运动, 如图所示。设左侧部分的圆心角为 α , 圆周运动半径为 r' , 运动轨迹长度为 l' , 由几何关系得

$$l' = \frac{\alpha}{2\pi} \times 2\pi r' + \frac{\alpha + \frac{\pi}{2}}{2\pi} \times 2\pi r', \quad \cos \alpha = \frac{r'}{2r'}$$

由于在 y 轴方向的运动不变, 离子的运动轨迹与测试板相切于 C 点, 则离子在II区内的运动时间不变, 故有

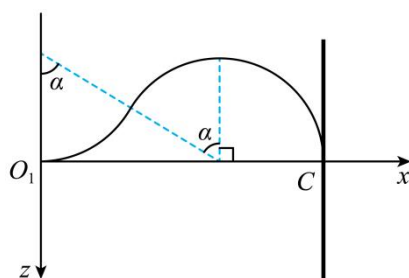
$$\frac{l'}{v \cos \theta} = \frac{L}{v \cos \theta}$$

C 到 O_1 的距离

$$S = 2r' \sin \alpha + r'$$

联立得

$$S = \frac{6(\sqrt{3}+1)}{7\pi} L$$



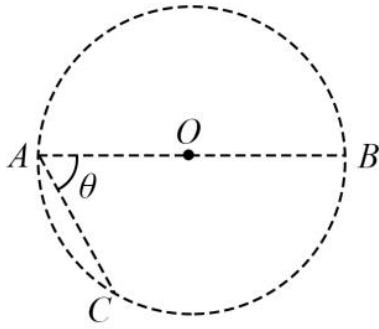
20.2020全国1卷第25题

在一柱形区域内有匀强磁场, 柱的横截面积是以 O 为圆心, 半径为 R 的圆, AB 为圆的直径, 如图所示。质量为 m , 电荷量为 q ($q > 0$) 的带电粒子在纸面内自 A 点先后以不同的速度进入电场, 速度方向与电场的方向垂直。已知刚进入电场时速度为零的粒子, 自圆周上的 C 点以速率 v_0 穿出电场, AC 与 AB 的夹角 $\theta = 60^\circ$ 。运动中粒子仅受电场力作用。

(1) 求电场强度的大小;

(2) 为使粒子穿过电场后的动能增量最大, 该粒子进入电场时的速度应为多大?

(3) 为使粒子穿过电场前后动量变化量的大小为 mv_0 ，该粒子进入电场时的速度应为多大？



【答案】(1) $E = \frac{mv_0^2}{2qR}$; (2) $v_1 = \frac{\sqrt{2}v_0}{4}$; (3) 0 或 $v_2 = \frac{\sqrt{3}v_0}{2}$

【解析】(1) 由题意知在 A 点速度为零的粒子会沿着电场线方向运动，由于 $q > 0$ ，故电场线由 A 指向 C，根据几何关系可知： $x_{AC} = R$

【解法 1】根据动能定理有： $qEx_{AC} = \frac{1}{2}mv_0^2 - 0$ 解得： $E = \frac{mv_0^2}{2qR}$ ；

【解法 2】应用牛顿定律 $a = \frac{Eq}{m}$ 和运动学公式 $v_0^2 = 2aR$ ，解得 $E = \frac{mv_0^2}{2qR}$

(2) 根据题意可知要使粒子动能增量最大则沿电场线方向移动距离最多，做 AC 延长线的垂线并且与圆相切，切点为 D，即粒子要从 D 点射出时沿电场线方向移动距离最多，粒子在电场中做类平抛运动，根据几何关系和运动学公式有 $x = R \sin 60^\circ = v_1 t$ ，

$$y = R + R \cos 60^\circ = \frac{1}{2}at^2$$

而电场力提供加速度有 $qE = ma$

联立各式解得粒子进入电场时的速度：

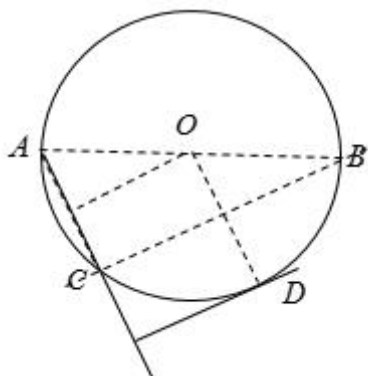
$$v_1 = \frac{\sqrt{2}v_0}{4}；$$

(3) 因为粒子在电场中做类平抛运动，粒子穿过电场前后动量变化量大小为 mv_0 ，即在电场方向上速度变化为 v_0 ，过 C 点做 AC 垂线会与圆周交于 B 点，故由题意可知粒子会从 C 点或 B 点射出。当从 B 点射出时由几何关系和运动学公式有 $x_{BC} = \sqrt{3}R = v_2 t_2$

$$x_{AC} = R = \frac{1}{2}at_2^2$$

电场力提供加速度有 $qE = ma$

联立解得 $v_2 = \frac{\sqrt{3}v_0}{2}$ ；当粒子从 C 点射出时初速度为 0。

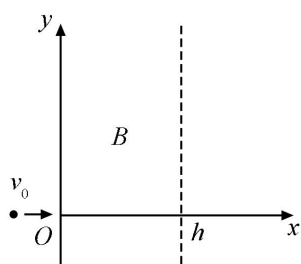


21.2020全国2卷第11题

11.如图，在 $0 \leq x \leq h$ ， $-\infty < y < +\infty$ 区域中存在方向垂直于纸面的匀强磁场，磁感应强度 B 的大小可调，方向不变。一质量为 m ，电荷量为 q ($q > 0$) 的粒子以速度 v_0 从磁场区域左侧沿 x 轴进入磁场，不计重力。

(1) 若粒子经磁场偏转后穿过 y 轴正半轴离开磁场，分析说明磁场的方向，并求在这种情况下磁感应强度的最小值 B_m ；

(2) 如果磁感应强度大小为 $\frac{B_m}{2}$ ，粒子将通过虚线所示边界上的一点离开磁场。求粒子在该点的运动方向与 x 轴正方向的夹角及该点到 x 轴的距离。



【答案】(1) 磁场方向垂直于纸面向里； $B_m = \frac{mv_0}{qh}$ ；(2) $\alpha = \frac{\pi}{6}$ ； $y = (2 - \sqrt{3})h$

【解析】(1) 由题意，粒子刚进入磁场时应受到方向向上的洛伦兹力，因此磁场方向垂直于纸面向里。设粒子进入磁场中做圆周运动的半径为 R ，根据洛伦兹力公式和圆周运动规律，有

$$qv_0B = m \frac{v_0^2}{R} \quad ①$$

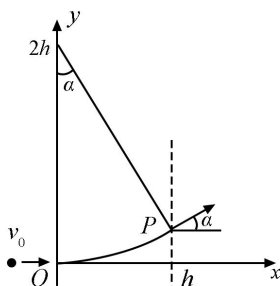
由此可得 $R = \frac{mv_0}{qB}$ ②

粒子穿过 y 轴正半轴离开磁场，其在磁场中做圆周运动的圆心在 y 轴正半轴上，半径应满足 $R \leq h$ ③

由题意，当磁感应强度大小为 B_m 时，粒子的运动半径最大，由此得 $B_m = \frac{mv_0}{qh}$ ④

(2) 若磁感应强度大小为 $\frac{B_m}{2}$ ，粒子做圆周运动的圆心仍在 y 轴正半轴上，由②④式可得，此时圆弧半径为 $R' = 2h$ ⑤

粒子会穿过图中 P 点离开磁场，运动轨迹如图所示。设粒子在 P 点的运动方向与 x 轴正方向的夹角为 α ，



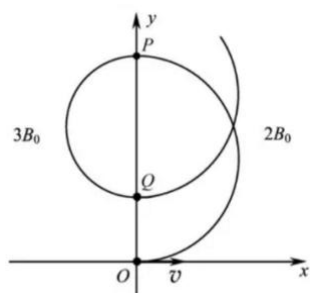
由几何关系 $\sin \alpha = \frac{h}{2h} = \frac{1}{2}$ ⑥ 即 $\alpha = \frac{\pi}{6}$ ⑦

由几何关系可得， P 点与 x 轴的距离为 $y = 2h(1 - \cos \alpha)$ ⑧

联立⑦⑧式得 $y = (2 - \sqrt{3})h$ ⑨

22.2020江苏省卷第16题

16. (16 分) 空间存在两个垂直于 Oxy 平面的匀强磁场， y 轴为两磁场的边界，磁感应强度分别为 $2B_0$ 、 $3B_0$ 。甲、乙两种比荷不同的粒子同时从原点 O 沿 x 轴正向射入磁场，速度均为 v 。甲第 1 次、第 2 次经过 y 轴的位置分别为 P 、 Q ，其轨迹如图所示。甲经过 Q 时，乙也恰好同时经过该点。已知甲的质量为 m ，电荷量为 q 。不考虑粒子间的相互作用和重力影响。求：



- (1) Q 到 O 的距离 d ;
- (2) 甲两次经过 P 点的时间间隔 Δt ;
- (3) 乙的比荷 $\frac{q'}{m}$ 可能的最小值.

16. (1) 甲粒子先后在两磁场中做匀速圆周运动, 设半径分别为 r_1 、 r_2

由半径 $r = \frac{mv}{qB}$ 得 $r_1 = \frac{mv}{2qB_0}$, $r_2 = \frac{mv}{3qB_0}$

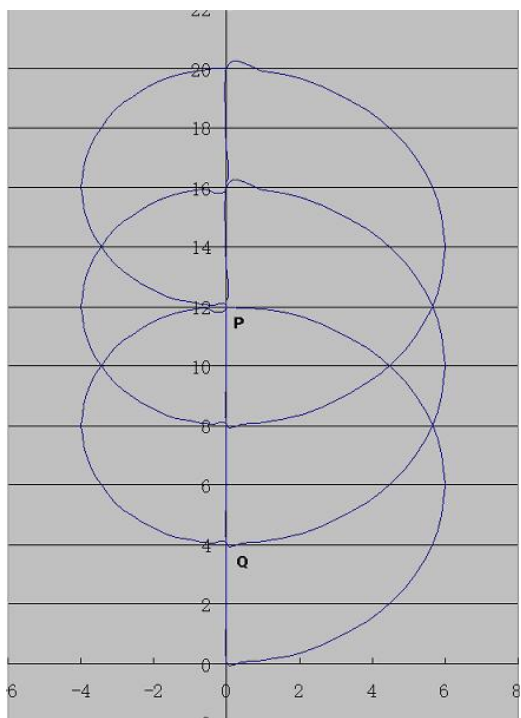
且 $d = 2r_1 - 2r_2$, 解得 $d = \frac{mv}{3qB_0}$

(2) 甲粒子先后在两磁场中做匀速圆周运动, 设运动时间分别为 t_1 、 t_2

由 $T = \frac{2\pi m}{qB}$ 得 $t_1 = \frac{\pi m}{2qB_0}$, $t_2 = \frac{\pi m}{3qB_0}$, 且 $\Delta t = 2t_1 + 3t_2$

解得 $\Delta t = \frac{2\pi m}{qB_0}$ 。

从下图可以清楚地看出: 甲两次经过 P 点的时间间隔 $\Delta t = 2t_1 + 3t_2$, 即从 P 点开始, 先在 y 轴以左向下做半圆周运动, 然后在 y 轴以右向上做半圆周运动, 再然后在 y 轴以左向下做半圆周运动, 再然后在 y 轴以右向上做半圆周运动, 最后在 y 轴以左向下做半圆周运动, 再一次过 P 点, 所以, 在磁场 $3B_0$ 中做 3 次半圆周运动, 在磁场 $2B_0$ 中做 2 次半圆周运动。



(3) 乙粒子周期性地先后在两磁场中做匀速圆周运动

若经过两磁场的次数均为 $n(n=1,2,3,\dots)$

相遇时，有 $n \frac{m'v}{3q'B_0} = d, n \frac{5\pi m'}{6q'B_0} = t_1 + t_2$

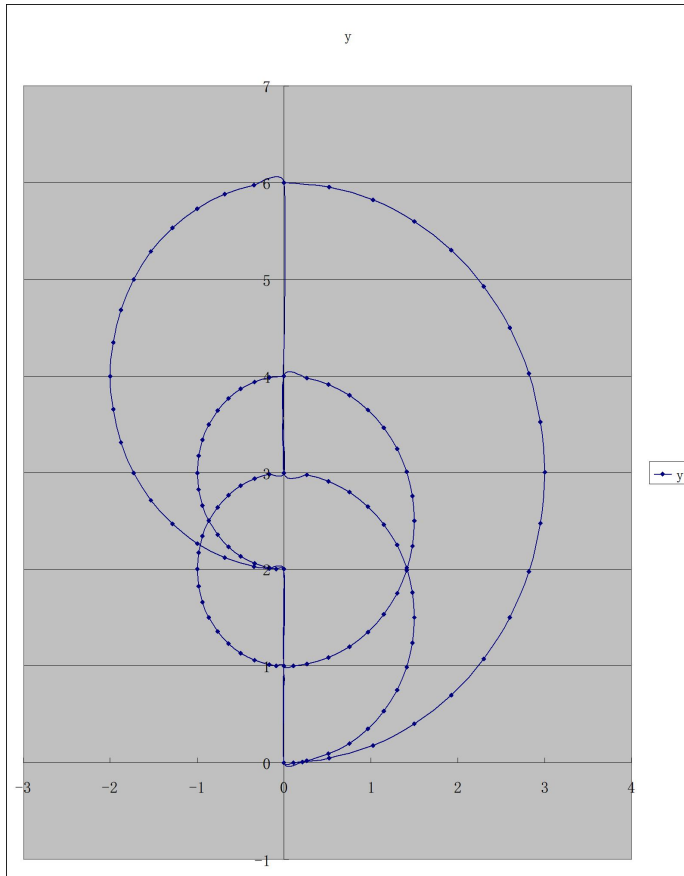
解得 $\frac{q'}{m'} = n \frac{q}{m}$

根据题意， $n=1$ 舍去. 当 $n=2$ 时， $\frac{q'}{m'}$ 有最小值 $\left(\frac{q'}{m'}\right)_{\min} = \frac{2q}{m}$

若先后经过右侧、左侧磁场的次数分别为 $(n+1)$ 、 $n(n=0,1,2,3,\dots)$ ，经分析不可能相遇.

综上所述，比荷的最小值为 $\frac{2q}{m}$.

从下图可以清楚地看出：粒子乙在左右磁场各经 2 次半圆周运动，就能与甲粒子在 Q 点相遇（甲粒子在左右磁场各经 1 次半圆周运动）。



23.2020北京卷第19题

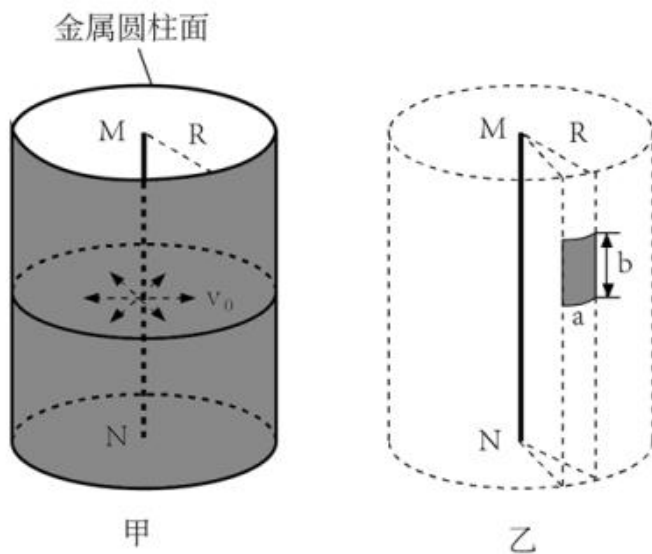
19.如图甲所示，真空中有一长直细金属导线 MN ，与导线同轴放置一半径为 R 的金属圆柱面。假设导线沿径向均匀射出速率相同的电子，已知电子质量为 m ，电荷量为 e 。不考虑出射电子间的相互作用。

(1)可以用以下两种实验方案测量出射电子的初速度：

- a.在柱面和导线之间，只加恒定电压；
- b.在柱面内，只加与 MN 平行的匀强磁场。

当电压为 U_0 或磁感应强度为 B_0 时，刚好没有电子到达柱面。分别计算出射电子的初速度 v_0 。

(2)撤去柱面，沿柱面原位置放置一个弧长为 a 、长度为 b 的金属片，如图乙所示。在该金属片上检测到出射电子形成的电流为 I ，电子流对该金属片的压强为 P 。求单位长度导线单位时间内出射电子的总动能。



【答案】(1) $\sqrt{\frac{2eU_0}{m}}$, $\frac{B_0 q R}{2m}$; (2) $\frac{\pi e R p^2 a^3 b^3}{m I}$ 。

【解析】(1) a. 在柱面和导线之间，只加恒定电压 U_0 ，粒子刚好没有电子到达柱面，此时

速度为零，根据动能定理有 $-eU_0 = -\frac{1}{2}mv_0^2$

解得 $v_0 = \sqrt{\frac{2eU_0}{m}}$

b. 在柱面内，只加与 MN 平行的匀强磁场，磁感应强度为 B_0 时，刚好没有电子到达柱面，

设粒子的偏转半径为 r ，根据几何关系有 $2r = R$

根据洛伦兹力提供向心力，则有 $B_0 q v_0 = m \frac{v_0^2}{r}$

解得 $v_0 = \frac{B_0 q R}{2m}$

(2) 撤去柱面，设单位时间单位长度射出电子数为 N ，则单位时间射到柱面的单位弧长粒子数为

$$n_0 = \frac{N}{2\pi R}$$

金属片上电流 $I = n_0 e a b$

根据动量定理有 $-p a b \cdot \Delta t = -n_0 \Delta t \cdot m v_0$

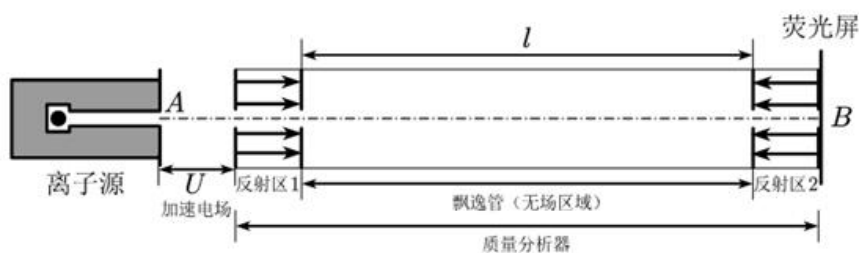
解得 $v_0 = \frac{pab}{n_0 m}$

故总动能为 $E_k = N \frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{\pi e R p^2 a^3 b^3}{m l}$

24.2020天津卷第13题

13.多反射飞行时间质谱仪是一种测量离子质量的新型实验仪器，其基本原理如图所示，从离子源 A 处飘出的离子初速度不计，经电压为 U 的匀强电场加速后射入质量分析器。质量分析器由两个反射区和长为 l 的漂移管（无场区域）构成，开始时反射区 1、2 均未加电场，当离子第一次进入漂移管时，两反射区开始加上电场强度大小相等、方向相反的匀强电场，其电场强度足够大，使得进入反射区的离子能够反射回漂移管。离子在质量分析器中经多次往复即将进入反射区 2 时，撤去反射区的电场，离子打在荧光屏 B 上被探测到，可测得离子从 A 到 B 的总飞行时间。设实验所用离子的电荷量均为 q ，不计离子重力。

- (1) 求质量为 m 的离子第一次通过漂移管所用的时间 T_1 ；
- (2) 反射区加上电场，电场强度大小为 E ，求离子能进入反射区的最大距离 x ；
- (3) 已知质量为 m_0 的离子总飞行时间为 t_0 ，待测离子的总飞行时间为 t_1 ，两种离子在质量分析器中反射相同次数，求待测离子质量 m_1 。



【答案】(1) $T_1 = \sqrt{\frac{ml^2}{2qU}}$ ；(2) $x = \frac{U}{E}$ ；(3) $m_1 = \left(\frac{t_1}{t_0}\right)^2 m_0$

【解析】(1) 设离子经加速电场加速后的速度大小为 v ，有 $qU = \frac{1}{2}mv^2$ ①

离子在漂移管中做匀速直线运动，则 $T_1 = \frac{l}{v}$ ②

联立①②式，得 $T_1 = \sqrt{\frac{ml^2}{2qU}}$ ③

(2) 根据动能定理, 有 $qU - qEx = 0$ ④

$$\text{得 } x = \frac{U}{E} \quad \text{⑤}$$

(3) 离子在加速电场中运动和反射区电场中每次单向运动均为匀变速直线运动, 平均速度大小均相等, 设其为 $\bar{v}$, 有 $\bar{v} = \frac{v}{2}$ ⑥

通过⑤式可知, 离子在反射区的电场中运动路程是与离子本身无关的, 所以不同离子在电场区运动的总路程相等, 设为 L_1 , 在无场区的总路程设为 L_2 , 根据题目条件可知, 离子在无

场区速度大小恒为 v , 设离子的总飞行时间为 $t_{\text{总}}$ 。有 $t_{\text{总}} = \frac{L_1}{\bar{v}} + \frac{L_2}{v}$ ⑦

$$\text{联立①⑥⑦式, 得 } t_{\text{总}} = (2L_1 + L_2) \sqrt{\frac{m}{2qU}} \quad \text{⑧}$$

可见, 离子从 A 到 B 的总飞行时间与 $\sqrt{m}$ 成正比。由题意可得 $\frac{t_1}{t_0} = \sqrt{\frac{m_1}{m_0}}$

$$\text{可得 } m_1 = \left(\frac{t_1}{t_0} \right)^2 m_0 \quad \text{⑨}$$

25.2020 北京卷第 20 题

20. 某试验列车按照设定的直线运动模式, 利用计算机控制制动装置, 实现安全准确地进站停车。制动装置包括电气制动和机械制动两部分。图 1 所示为该列车在进站停车过程中设定的加速度大小 $a_{\text{车}}$ 随速度 v 的变化曲线。

(1) 求列车速度从 20m/s 降至 3m/s 经过的时间 t 及行进的距离 x 。

(2) 有关列车电气制动, 可以借助图 2 模型来理解。图中水平平行金属导轨处于竖直方向的匀强磁场中, 回路中的电阻阻值为 R , 不计金属棒 MN 及导轨的电阻。 MN 沿导轨向右运动的过程, 对应列车的电气制动过程, 可假设 MN 棒运动的速度与列车的速度、棒的加速度与列车电气制动产生的加速度成正比。列车开始制动时, 其速度和电气制动产生的加速度大小对应图 1 中的 P 点。论证电气制动产生的加速度大小随列车速度变化的关系, 并在图 1

中画出图线。

(3)制动过程中，除机械制动和电气制动外，列车还会受到随车速减小而减小的空气阻力。

分析说明列车从100m/s 减到3m/s 的过程中，在哪个速度附近所需机械制动最强？

(注意：解题过程中需要用到、但题目没有给出的物理量，要在解题时做必要的说明)

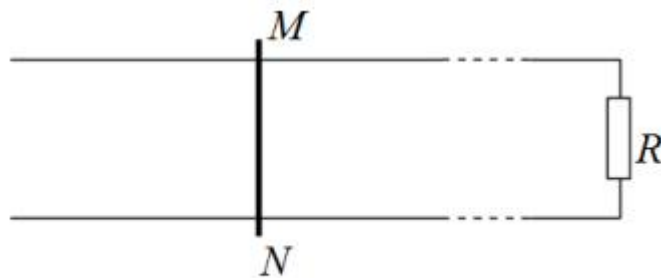
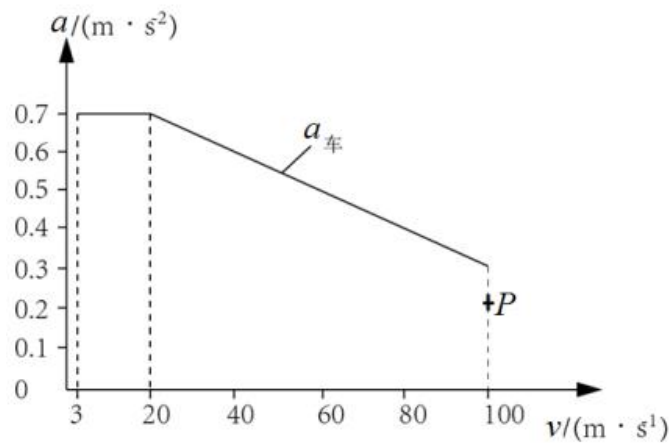


图2

【答案】. (1) $t \approx 24.3\text{s}$, $x \approx 279.3\text{m}$; (2) 列车电气制动产生的加速度与列车的速度成正比，为过 P 点的正比例函数，论证过程见解析。画出的图线如下图所示：

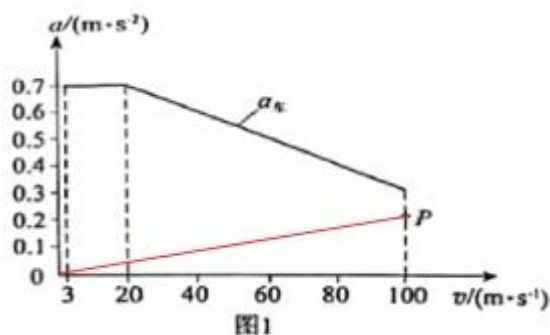


图1

(3) 3m/s

【解析】(1) 由图 1 可知，列车速度从 20m/s 降至 3m/s 的过程加速度为 0.7m/s^2 的匀减速

直线运动，由加速度的定义式 $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$

$$\text{得 } t = \frac{\Delta v}{a} = \frac{20-3}{0.7} \text{ s} = \frac{170}{7} \text{ s} \approx 24.3 \text{ s}$$

由速度位移公式 $v^2 - v_0^2 = -2ax$

$$\text{得 } x = \frac{v^2 - v_0^2}{-2a} = \frac{3^2 - 20^2}{-2 \times 0.7} \text{ m} = 279.3 \text{ m}$$

(2) 由 MN 沿导轨向右运动切割磁场线产生感应电动势 $E = BLv$

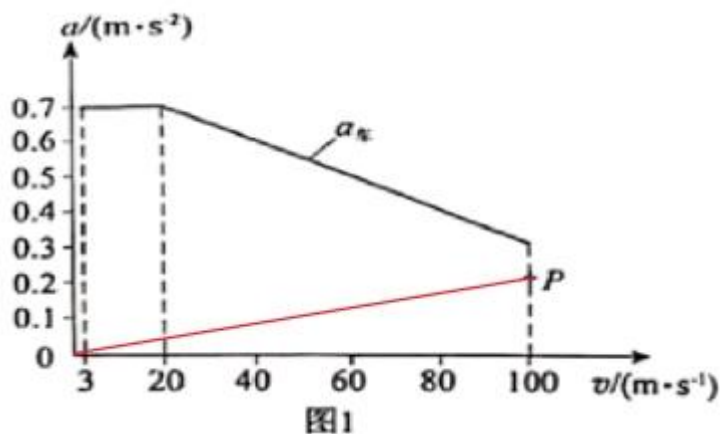
$$\text{回路中感应电流 } I = \frac{E}{R}$$

MN 受到的安培力 $F = BIL$

$$\text{加速度为 } a = \frac{F}{m}$$

$$\text{结合上面几式得 } a = \frac{B^2 L^2 v}{mR}$$

所以棒的加速度与棒的速度为正比例函数。又因为列车的电气制动过程，可假设 MN 棒运动的速度与列车的速度、棒的加速度与列车电气制动产生的加速度成正比，所以列车电气制动产生的加速度与列车的速度成正比，为过 P 点的正比例函数。画出的图线如下图所示。



(3) 由 (2) 可知，列车速度越小，电气制动的加速度越小。由题设可知列车还会受到随车速

减小而减小的空气阻力。所以电气制动和空气阻力产生的加速度都随速度的减小而减小。由图 1 中, 列车速度从 20m/s 降至 3m/s 的过程中加速度大小 $a_{\text{车}}$ 随速度 v 减小而增大, 所以列车速度从 20m/s 降至 3m/s 的过程中所需的机械制动逐渐变强, 所以列车速度为 3m/s 附近所需机械制动最强。

26.2020山东卷第17题

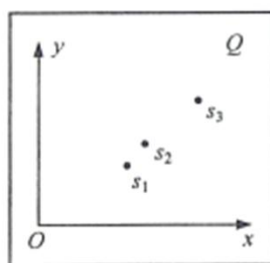
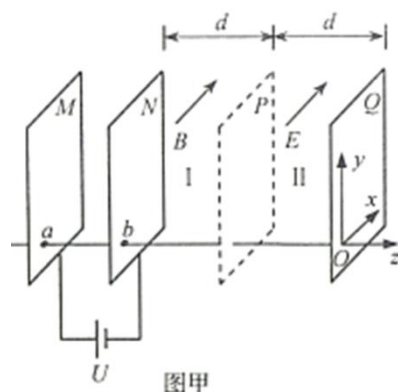
17.某型号质谱仪的工作原理如图甲所示。 M 、 N 为竖直放置的两金属板, 两板间电压为 U , Q 板为记录板, 分界面 P 将 N 、 Q 间区域分为宽度均为 d 的 I 、 II 两部分, M 、 N 、 P 、 Q 所在平面相互平行, a 、 b 为 M 、 N 上两正对的小孔。以 a 、 b 所在直线为 z 轴, 向右为正方向, 取 z 轴与 Q 板的交点 O 为坐标原点, 以平行于 Q 板水平向里为 x 轴正方向, 竖直向上为 y 轴正方向, 建立空间直角坐标系 $Oxyz$ 。区域 I 、 II 内分别充满沿 x 轴正方向的匀强磁场和匀强电场, 磁感应强度大小、电场强度大小分别为 B 和 E 。一质量为 m , 电荷量为 $+q$ 的粒子, 从 a 孔飘入电场 (初速度视为零), 经 b 孔进入磁场, 过 P 面上的 c 点 (图中未画出) 进入电场, 最终打到记录板 Q 上。不计粒子重力。

(1) 求粒子在磁场中做圆周运动的半径 R 以及 c 点到 z 轴的距离 L ;

(2) 求粒子打到记录板上位置的 x 坐标;

(3) 求粒子打到记录板上位置的 y 坐标 (用 R 、 d 表示);

(4) 如图乙所示, 在记录板上得到三个点 s_1 、 s_2 、 s_3 , 若这三个点是质子 ${}^1_1\text{H}$ 、氘核 ${}^2_1\text{H}$ 、氦核 ${}^4_2\text{He}$ 的位置, 请写出这三个点分别对应哪个粒子 (不考虑粒子间的相互作用, 不要求写出推导过程)。



【答案】(1) $R = \frac{\sqrt{2mqU}}{qB}$ $L = \frac{\sqrt{2mqU}}{qB} - \sqrt{\frac{2mU}{qB^2} - d^2}$; (2) $x = \frac{md^2E}{4mU - 2qd^2B^2}$;

$$(3) y = R - \sqrt{R^2 - d^2} + \frac{d^2}{\sqrt{R^2 - d^2}}; (4) s_1、s_2、s_3 \text{ 分别对应氚核 } {}_1^3\text{H}、\text{氦核 } {}_2^4\text{He}、\text{质子 } {}_1^1\text{H} \text{ 的位置}$$

位置

【解析】(1) 设粒子经加速电场到 b 孔的速度大小为 v ，粒子在区域 I 中，做匀速圆周运动对应圆心角为 α ，在 $M、N$ 两金属板间，由动能定理得 $qU = \frac{1}{2}mv^2$ ①

在区域 I 中，粒子做匀速圆周运动，磁场力提供向心力，由牛顿第二定律得 $qvB = m\frac{v^2}{R}$

②

$$\text{联立①②式得 } R = \frac{\sqrt{2mqU}}{qB} \quad ③$$

$$\text{由几何关系得 } d^2 + (R - L)^2 = R^2 \quad ④$$

$$\cos \alpha = \frac{\sqrt{R^2 - d^2}}{R} \quad ⑤$$

$$\sin \alpha = \frac{d}{R} \quad ⑥$$

$$\text{联立①②④式得 } L = \frac{\sqrt{2mqU}}{qB} - \sqrt{\frac{2mU}{qB^2} - d^2} \quad ⑦$$

(2) 设区域 II 中粒子沿 z 轴方向的分速度为 v_z ，沿 x 轴正方向加速度大小为 a ，位移大小为 x ，运动时间为 t ，由牛顿第二定律得 $qE = ma$ ⑧

粒子在 z 轴方向做匀速直线运动，由运动合成与分解的规律得

$$v_z = v \cos \alpha \quad ⑨$$

$$d = v_z t \quad ⑩$$

粒子在 x 方向做初速度为零的匀加速直线运动，由运动学公式得 $x = \frac{1}{2}at^2$ ⑪

$$\text{联立①②⑤⑧⑨⑩⑪式得 } x = \frac{md^2E}{4mU - 2qd^2B^2} \quad ⑫$$

(3) 设粒子沿 y 方向偏离 z 轴的距离为 y ，其中在区域 II 中沿 y 方向偏离的距离为 y' ，由运动学公式得

$$y' = v t \sin \alpha \quad ⑬$$

$$\text{由题意得 } y = L + y' \quad ⑭$$

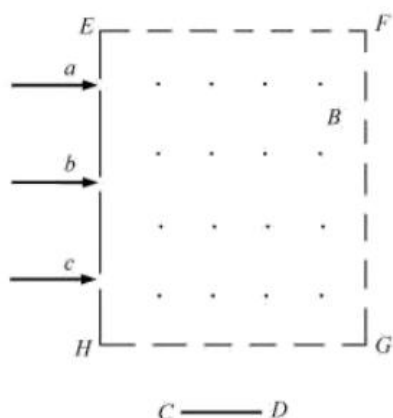
$$\text{联立①④⑥⑨⑩⑬⑭式 } y = R - \sqrt{R^2 - d^2} + \frac{d^2}{\sqrt{R^2 - d^2}} \quad ⑮$$

(4) $s_1、s_2、s_3$ 分别对应氚核 ${}_1^3\text{H}$ 、氦核 ${}_2^4\text{He}$ 、质子 ${}_1^1\text{H}$ 的位置。

27.2020浙江第23题

23.某种离子诊断测量简化装置如图所示。竖直平面内存在边界为矩形 $EFGH$ 、方向垂直纸面向外、磁感应强度大小为 B 的匀强磁场，探测板 CD 平行于 HG 水平放置，能沿竖直方向缓慢移动且接地。 a 、 b 、 c 三束宽度不计、间距相等的离子束中的离子均以相同速度持续从边界 EH 水平射入磁场， b 束中的离子在磁场中沿半径为 R 的四分之一圆弧运动后从下边界 HG 竖直向下射出，并打在探测板的右边缘 D 点。已知每束每秒射入磁场的离子数均为 N ，离子束间的距离均为 $0.6R$ ，探测板 CD 的宽度为 $0.5R$ ，离子质量均为 m 、电荷量均为 q ，不计重力及离子间的相互作用。

- (1)求离子速度 v 的大小及 c 束中的离子射出磁场边界 HG 时与 H 点的距离 s ；
- (2)求探测到三束离子时探测板与边界 HG 的最大距离 $L_{\max}$ ；
- (3)若打到探测板上的离子被全部吸收，求离子束对探测板的平均作用力的竖直分量 F 与板到 HG 距离 L 的关系。



【答案】(1) $v = \frac{qBR}{m}$ ， $0.8R$ ；(2) $L_{\max} = \frac{4}{15}R$ ；(3) 当 $0 < L < \frac{4}{15}R$ 时： $F_1 = 2.6NqBR$ ；当

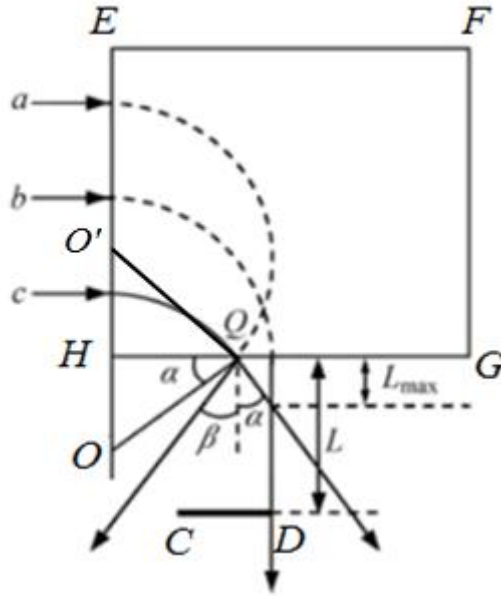
$\frac{4}{15}R < L < 0.4R$ 时： $F_2 = 1.8NqBR$ ；当 $L > 0.4R$ 时： $F_3 = NqBR$

【解析】(1)离子在磁场中做圆周运动 $qvB = \frac{mv^2}{R}$

得粒子的速度大小 $v = \frac{qBR}{m}$

令 c 束中的离子运动轨迹对应的圆心为 O ，从磁场边界 HG 边的 Q 点射出，则由几何关系可得

$$OH = 0.6R, \quad s = HQ = \sqrt{R^2 - (0.6R)^2} = 0.8R$$



(2) a 束中的离子运动轨迹对应的圆心为 O' ，从磁场边界 HG 边射出时距离 H 点的距离为 x ，

由几何关系可得 $HO' = aH - R = 0.6R$ ， $x = \sqrt{R^2 - HO'^2} = 0.8R$

即 a 、 c 束中的离子从同一点 Q 射出，离开磁场的速度分别于竖直方向的夹角为 β 、 α ，

由几何关系可得

$$\alpha = \beta$$

探测到三束离子，则 c 束中的离子恰好达到探测板的 D 点时，探测板与边界 HG 的距离最大，

$$\tan \alpha = \frac{R - s}{L_{\max}} = \frac{OH}{s}$$

$$\text{则 } L_{\max} = \frac{4}{15}R$$

(3) a 或 c 束中每个离子动量的竖直分量 $p_z = p \cos \alpha = 0.8qBR$

当 $0 < L \leq \frac{4}{15}R$ 时所有离子都打在探测板上，故单位时间内离子束对探测板的平均作用力

$$F_1 = Np + 2Np_z = 2.6NqBR$$

当 $\frac{4}{15}R < L \leq 0.4R$ 时，只有 b 和 c 束中离子打在探测板上，则单位时间内离子束对探测板的

的平均作用力为 $F_2 = Np + Np_z = 1.8NqBR$

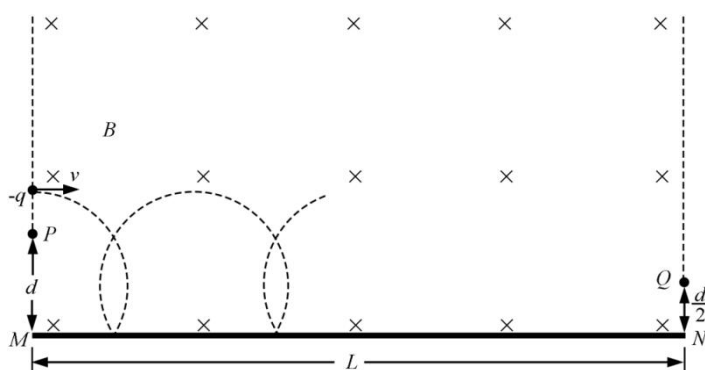
当 $L > 0.4R$ 时，只有 b 束中离子打在探测板上，则单位时间内离子束对探测板的平均作用力为 $F_3 = Np = NqBR$ 。

28.2019年江苏卷16题. (16分) 如图所示，匀强磁场的磁感应强度大小为 B 。磁场中的水平绝缘薄板与磁场的左、右边界分别垂直相交于 M 、 N ， $MN=L$ ，粒子打到板上时会被反弹（碰撞时间极短），反弹前后水平分速度不变，竖直分速度大小不变、方向相反。质量为 m 、电荷量为 $-q$ 的粒子速度一定，可以从左边界的不同位置水平射入磁场，在磁场中做圆周运动的半径为 d ，且 $d < L$ ，粒子重力不计，电荷量保持不变。

(1) 求粒子运动速度的大小 v ；

(2) 欲使粒子从磁场右边界射出，求入射点到 M 的最大距离 d_m ；

(3) 从 P 点射入的粒子最终从 Q 点射出磁场， $PM=d$ ， $QN=\frac{d}{2}$ ，求粒子从 P 到 Q 的运动时间 t 。



【答案】16. (1) 粒子的运动半径 $d = \frac{mv}{qB}$ 解得 $v = \frac{qBd}{m}$

(2) 如图4所示，粒子碰撞后的运动轨迹恰好与磁场左边界相切

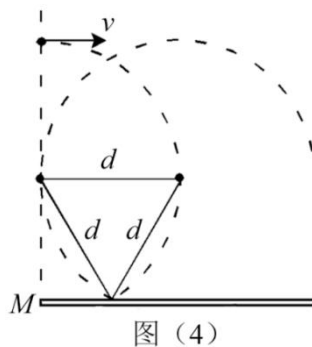


图 (4)

由几何关系得 $d_m = d(1 + \sin 60^\circ)$

$$\text{解得 } d_m = \frac{2 + \sqrt{3}}{2} d$$

(3) 粒子的运动周期 $T = \frac{2\pi m}{qB}$

设粒子最后一次碰撞到射出磁场的时间为 t' , 则

$$t = n \frac{T}{4} + t' (n = 1, 3, 5, \dots)$$

(a) 当 $L = nd + (1 - \frac{\sqrt{3}}{2})d$ 时, 粒子斜向上射出磁场

$$t' = \frac{1}{12} T \quad \text{解得} \quad t = (\frac{L}{d} + \frac{3\sqrt{3} - 4}{6}) \frac{\pi m}{2qB}$$

(b) 当 $L = nd + (1 + \frac{\sqrt{3}}{2})d$ 时, 粒子斜向下射出磁场

$$t' = \frac{5}{12} T \quad \text{解得} \quad t = (\frac{L}{d} - \frac{3\sqrt{3} - 4}{6}) \frac{\pi m}{2qB}$$

【解析】(3)

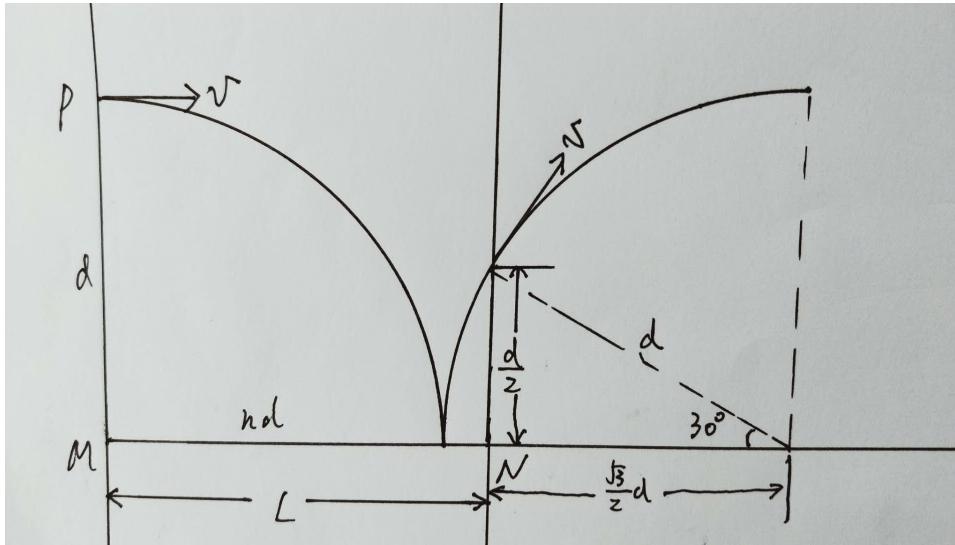
(a) 当 $L = nd + (1 - \frac{\sqrt{3}}{2})d$ 时, 粒子斜向上射出磁场, 如下图所示。

$$\text{设最后一段弧所用时间为 } t', \text{ 则 } t' = \frac{30}{360} T = \frac{1}{12} T,$$

$$\text{粒子从射入磁场到射出磁场的运动时间 } t: t = n \frac{T}{4} + \frac{1}{12} T = (n + \frac{1}{3}) \cdot \frac{T}{4}$$

$$\text{其中 } n = \frac{L - (1 - \frac{\sqrt{3}}{2})d}{d} = \frac{L}{d} - (1 - \frac{\sqrt{3}}{2}), \quad T = \frac{2\pi m}{qB}$$

解得 $t = (\frac{L}{d} + \frac{3\sqrt{3}-4}{6}) \frac{\pi m}{2qB}$



16 题第 (3) 问 (a) 图

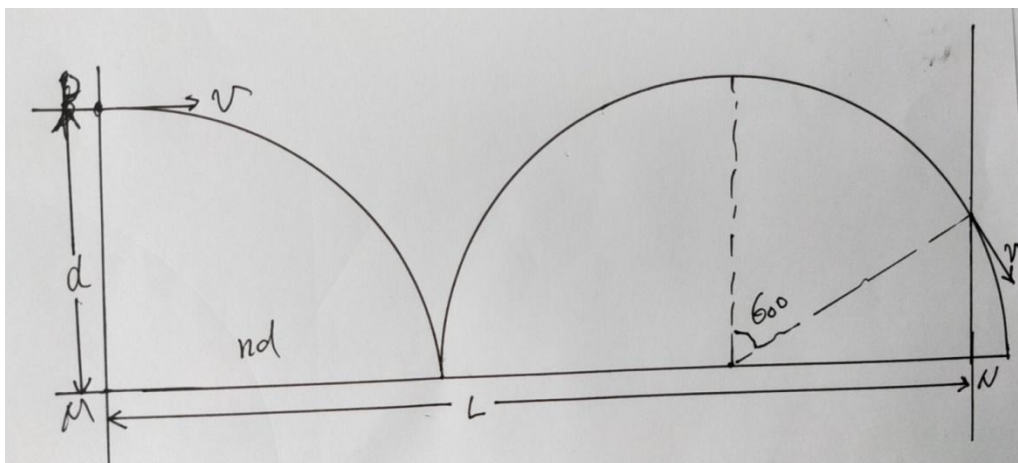
(b) 当 $L = nd + (1 + \frac{\sqrt{3}}{2})d$ 时, 粒子斜向下射出磁场, 如下图所示。

设最后一段弧所用时间为 t' , 则 $t' = \frac{1}{4}T + \frac{60}{360}T = \frac{5}{12}T$,

粒子从射入磁场到射出磁场的运动时间 $t = n \cdot \frac{T}{4} + \frac{5}{12}T = (n + \frac{5}{3}) \cdot \frac{T}{4}$

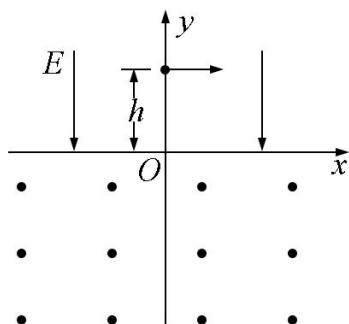
其中 $n = \frac{L - (1 + \frac{\sqrt{3}}{2})d}{d} = \frac{L}{d} - (1 + \frac{\sqrt{3}}{2})$, $T = \frac{2\pi m}{qB}$

解得 $t = (\frac{L}{d} - \frac{3\sqrt{3}-4}{6}) \frac{\pi m}{2qB}$



16 题第 (3) 问 (b) 图

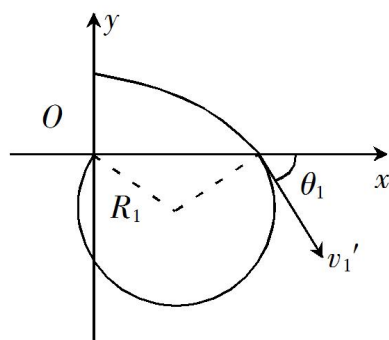
29. 2018 年全国 1 卷 25 题. (20 分) 如图, 在 $y > 0$ 的区域存在方向沿 y 轴负方向的匀强电场, 场强大小为 E , 在 $y < 0$ 的区域存在方向垂直于 xOy 平面向外的匀强磁场。一个氕核 ${}^1_1\text{H}$ 和一个氘核 ${}^2_1\text{H}$ 先后从 y 轴上 $y=h$ 点以相同的动能射出, 速度方向沿 x 轴正方向。已知 ${}^1_1\text{H}$ 进入磁场时, 速度方向与 x 轴正方向的夹角为 60° , 并从坐标原点 O 处第一次射出磁场。 ${}^1_1\text{H}$ 的质量为 m , 电荷量为 q 不计重力。求



- (1) ${}^1_1\text{H}$ 第一次进入磁场的位置到原点 O 的距离
- (2) 磁场的磁感应强度大小
- (3) ${}^2_1\text{H}$ 第一次离开磁场的位置到原点 O 的距离

【答案】25. (1) ${}^1_1\text{H}$ 在电场中做类平抛运动, 在磁场中做圆周运动, 运动轨迹如图所示。

设 ${}^1_1\text{H}$ 在电场中的加速度大小为 a_1 , 初速度大小为 v_1 , 它在电场中的运动时间为 t_1 , 第一次进入磁场的位置到原点 O 的距离为 s_1 。由运动学公式有



$$s_1 = v_1 t_1 \quad (1) \quad h = \frac{1}{2} a_1 t_1^2 \quad (2)$$

由题给条件, ${}^1_1\text{H}$ 进入磁场时速度的方向与 x 轴正方向夹角 $\theta_1 = 60^\circ$ 。 ${}^1_1\text{H}$ 进入磁场时

速度 y 分量的大小为 $a_1 t_1 = v_1 \tan \theta_1 \quad (3)$

联立以上各式得 $s_1 = \frac{2\sqrt{3}}{3}h$ ④

(2) ${}_1^1\text{H}$ 在电场中运动时, 由牛顿第二定律有 $qE = ma_1$ ⑤

设 ${}_1^1\text{H}$ 进入磁场时速度的大小为 v_1' , 由速度合成法则有 $v_1' = \sqrt{v_1^2 + (a_1 t_1)^2}$ ⑥

设磁感应强度大小为 B , ${}_1^1\text{H}$ 在磁场中运动的圆轨道半径为 R_1 , 由洛伦兹力公式和牛顿

第二定律有 $qv_1'B = \frac{mv_1'^2}{R_1}$ ⑦

由几何关系得 $s_1 = 2R_1 \sin \theta_1$ ⑧

联立以上各式得 $B = \sqrt{\frac{6mE}{qh}}$ ⑨

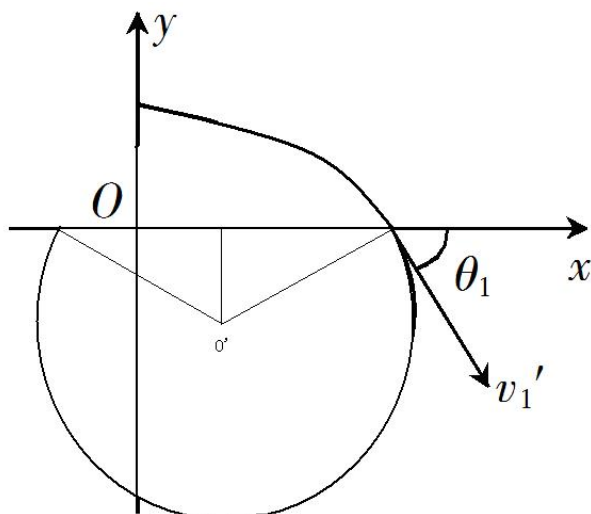
(3) 设 ${}_1^2\text{H}$ 在电场中沿 x 轴正方向射出的速度大小为 v_2 , 在电场中的加速度大小

为 a_2 , 由题给条件得 $\frac{1}{2}(2m)v_2^2 = \frac{1}{2}mv_1^2$ ⑩

由牛顿第二定律有 $qE = 2ma_2$ ⑪

设 ${}_1^2\text{H}$ 第一次射入磁场时的速度大小为 v_2' , 速度的方向与 x 轴正方向夹角为 θ_2 ,

入射点到原点的距离为 s_2 , 在电场中运动的时间为 t_2 。



由运动学公式有 $s_2 = v_2 t_2$ ⑫ $h = \frac{1}{2}a_2 t_2^2$ ⑬ $v_2' = \sqrt{v_2^2 + (a_2 t_2)^2}$ ⑭

$$\sin \theta_2 = \frac{a_2 t_2}{v'_2} \quad (15)$$

联立以上各式得 $s_2 = s_1$, $\theta_2 = \theta_1$, $v'_2 = \frac{\sqrt{2}}{2} v'_1$ (16)

设 ${}^2_1\text{H}$ 在磁场中做圆周运动的半径为 R_2 , 由 (7) (16) 式及粒子在匀强磁场中做圆周运

动的半径公式得 $R_2 = \frac{(2m) v'_2}{qB} = \sqrt{2} R_1$ (17)

所以出射点在原点左侧。设 ${}^2_1\text{H}$ 进入磁场的入射点到第一次离开磁场的出射点的距

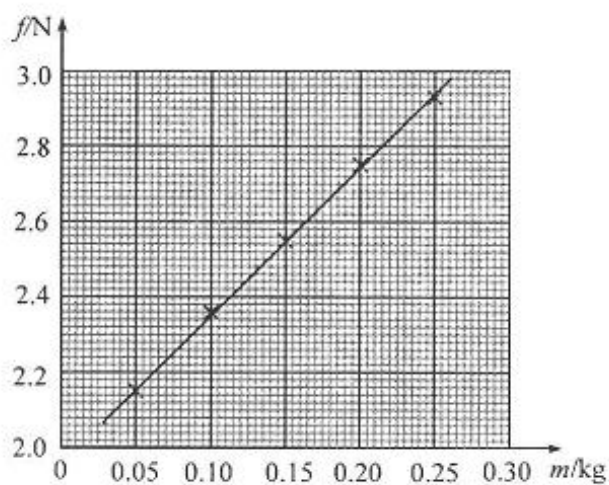
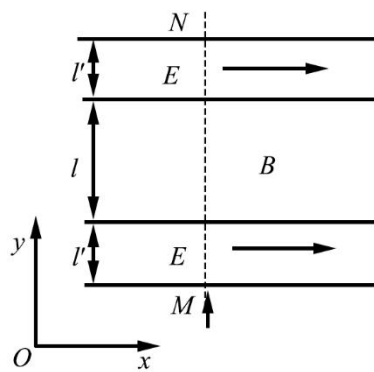
离为 s'_2 , 由几何关系有 $s'_2 = 2R_2 \sin \theta_2$ (18)

联立 (4) (8) (16) (17) (18) 式得, ${}^2_1\text{H}$ 第一次离开磁场时得位置到原点 O 的距离为

$$s'_2 - s_2 = \frac{2\sqrt{3}}{3} (\sqrt{2} - 1) h \quad (19)$$

30.2018 年全国 2 卷 25 题. (20 分) 一足够长的条状区域内存在匀强电场和匀强磁场, 其在 xOy 平面内的截面如图所示: 中间是磁场区域, 其边界与 y 轴垂直, 宽度为 l , 磁感应强度的大小为 B , 方向垂直于 xOy 平面; 磁场的上、下两侧为电场区域, 宽度均为 l' , 电场强度的大小均为 E , 方向均沿 x 轴正方向; M 、 N 为条形区域边界上的两点, 它们的连线与 y 轴平行。一带正电的粒子以某一速度从 M 点沿 y 轴正方向射入电场, 经过一段时间后恰好以从 M 点入射的速度从 N 点沿 y 轴正方向射出。不计重力。

- (1) 定性画出该粒子在电磁场中运动的轨迹;
- (2) 求该粒子从 M 点射入时速度的大小;
- (3) 若该粒子进入磁场时的速度方向恰好与 x 轴正方向的夹角为 $\frac{\pi}{6}$, 求该粒子的比荷及其从 M 点运动到 N 点的时间。



【解析】(1) 粒子运动的轨迹如图 (a) 所示。(粒子在电场中的轨迹为抛物线，在磁场中为圆弧，上下对称)

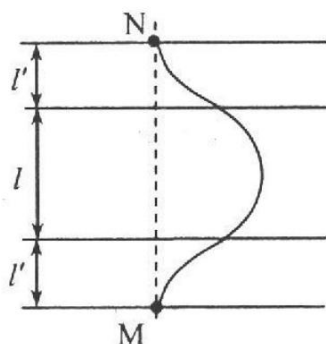


图 (a)

(2) 粒子从电场下边界入射后在电场中做类平抛运动。设粒子从 M 点射入时速度的大小为 v_0 ，在下侧电场中运动的时间为 t ，加速度的大小为 a ；粒子进入磁场的速度大小为 v ，方向与电场方向的夹角为 θ (见图 (b))，速度沿电场方向的分量为 v_1 ，根据牛顿第二定律有

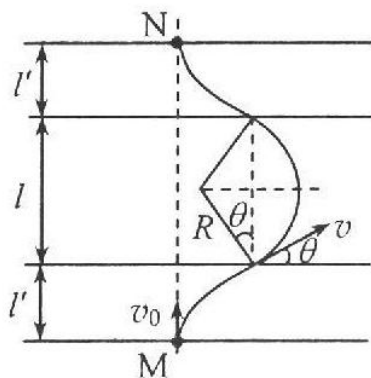


图 (b)

$$qE=ma \quad (1)$$

式中 q 和 m 分别为粒子的电荷量和质量, 由运动学公式有 $v_1=at$ (2)

$$l'=v_0t \quad (3) \quad v_1=v\cos\theta \quad (4)$$

粒子在磁场中做匀速圆周运动, 设其运动轨道半径为 R , 由洛伦兹力公式和牛顿第二定律得

$$qvB=\frac{mv^2}{R} \quad (5)$$

$$\text{由几何关系得 } l=2R\cos\theta \quad (6)$$

$$\text{联立①②③④⑤⑥式得 } v_0=\frac{2El'}{Bl} \quad (7)$$

$$(3) \text{ 由运动学公式和题给数据得 } v_1=v_0\cot\frac{\pi}{6} \quad (8)$$

$$\text{联立①②③⑦⑧式得 } \frac{q}{m}=\frac{4\sqrt{3}El'}{B^2l^2} \quad (9)$$

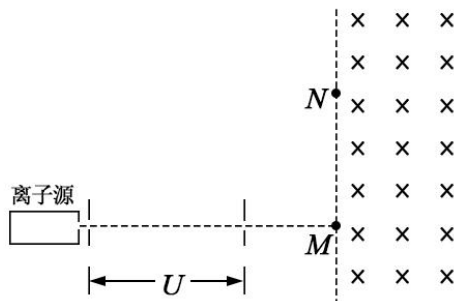
$$\text{设粒子由 } M \text{ 点运动到 } N \text{ 点所用的时间为 } t', \text{ 则 } t'=2t+\frac{2(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{6})}{2\pi}T \quad (10)$$

$$\text{式中 } T \text{ 是粒子在磁场中做匀速圆周运动的周期, } T=\frac{2\pi m}{qB} \quad (11)$$

$$\text{由 ③ ⑦ ⑨ ⑩ ⑪ 式 得 } t'=\frac{Bl}{E}(1+\frac{\sqrt{3}\pi l}{18l'}) \quad (12)$$

31. 2018 年全国 3 卷 24 题. (12 分)如图, 从离子源产生的甲、乙两种离子, 由静止经加速电压 U 加速后在纸面内水平向右运动, 自 M 点垂直于磁场边界射入匀强磁场, 磁场方向垂

直于纸面向里，磁场左边界竖直。已知甲种离子射入磁场的速度大小为 v_1 ，并在磁场边界的 N 点射出；乙种离子在 MN 的中点射出； MN 长为 l 。不计重力影响和离子间的相互作用。求：



(1) 磁场的磁感应强度大小；

(2) 甲、乙两种离子的比荷之比。

【解析】24. (1) 设甲种离子所带电荷量为 q_1 、质量为 m_1 ，在磁场中做匀速圆周运动的半

径为 R_1 ，磁场的磁感应强度大小为 B ，由动能定理有 $q_1 U = \frac{1}{2} m_1 v_1^2$ ①

由洛伦兹力公式和牛顿第二定律有 $q_1 v_1 B = m_1 \frac{v_1^2}{R_1}$ ②

由几何关系知 $2R_1 = l$ ③ 由①②③式得 $B = \frac{4U}{lv_1}$ ④

(2) 设乙种离子所带电荷量为 q_2 、质量为 m_2 ，射入磁场的速度为 v_2 ，在磁场中

做匀速圆周运动的半径为 R_2 。同理有 $q_2 U = \frac{1}{2} m_2 v_2^2$ ⑤

$$q_2 v_2 B = m_2 \frac{v_2^2}{R_2} \text{ ⑥}$$

由题给条件有 $2R_2 = \frac{l}{2}$ ⑦

由①②③⑤⑥⑦式得，甲、乙两种离子的比荷之比为 $\frac{q_1}{m_1} : \frac{q_2}{m_2} = 1:4$ ⑧

