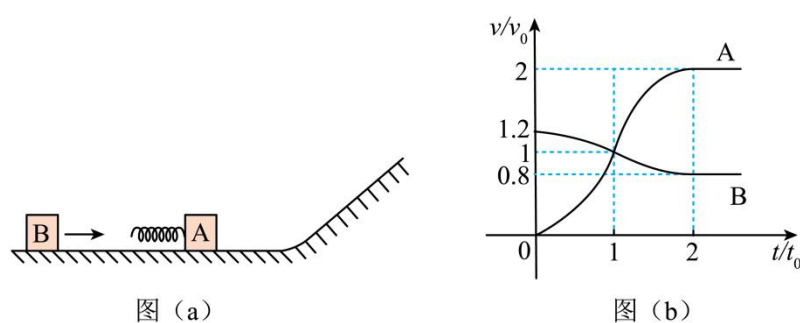


专题 14 力学综合计算题（解析版）

—近 5 年（2018-2022）高考物理试题分类解析

1、（2022·全国乙卷·T25）如图（a），一质量为 m 的物块 A 与轻质弹簧连接，静止在光滑水平面上；物块 B 向 A 运动， $t=0$ 时与弹簧接触，到 $t=2t_0$ 时与弹簧分离，第一次碰撞结束，A、B 的 $v-t$ 图像如图（b）所示。已知从 $t=0$ 到 $t=t_0$ 时间内，物块 A 运动的距离为 $0.36v_0t_0$ 。A、B 分离后，A 滑上粗糙斜面，然后滑下，与一直在水平面上运动的 B 再次碰撞，之后 A 再次滑上斜面，达到的最高点与前一次相同。斜面倾角为 θ ($\sin\theta=0.6$)，与水平面光滑连接。碰撞过程中弹簧始终处于弹性限度内。求

- （1）第一次碰撞过程中，弹簧弹性势能的最大值；
- （2）第一次碰撞过程中，弹簧压缩量的最大值；
- （3）物块 A 与斜面间的动摩擦因数。



【答案】（1） $0.6mv_0^2$ ；（2） $0.768v_0t_0$ ；（3）0.45

【解析】

（1）当弹簧被压缩最短时，弹簧弹性势能最大，此时 A、B 速度相等，即 $t=t_0$ 时刻，根据动量守恒定律

$$m_B \cdot 1.2v_0 = (m_B + m)v_0$$

根据能量守恒定律

$$E_{\text{pmax}} = \frac{1}{2}m_B(1.2v_0)^2 - \frac{1}{2}(m_B + m)v_0^2$$

联立解得

$$m_B = 5m$$

$$E_{\text{pmax}} = 0.6mv_0^2$$

(2) 同一时刻弹簧对 A、B 的弹力大小相等，根据牛顿第二定律

$$F = ma$$

可知同一时刻

$$a_A = 5a_B$$

则同一时刻 A、B 的的瞬时速度分别为

$$v_A = a_A t$$

$$v_B = 1.2v_0 - \frac{a_A t}{5}$$

根据位移等速度在时间上的累积可得

$$s_A = v_A t (\text{累积})$$

$$s_B = v_B t (\text{累积})$$

又

$$s_A = 0.36v_0 t_0$$

解得

$$s_B = 1.128v_0 t_0$$

第一次碰撞过程中，弹簧压缩量的最大值

$$\Delta s = s_B - s_A = 0.768v_0 t_0$$

(3) 物块 A 第二次到达斜面的最高点与第一次相同，说明物块 A 第二次与 B 分离后速度大小仍为 $2v_0$ ，方向水平向右，设物块 A 第一次滑下斜面的速度大小为 v'_A ，设向左为正方向，

根据动量守恒定律可得

$$mv'_A - 5m \cdot 0.8v_0 = m \cdot (-2v_0) + 5mv'_B$$

根据能量守恒定律可得

$$\frac{1}{2}mv_A'^2 + \frac{1}{2} \cdot 5m \cdot (0.8v_0)^2 = \frac{1}{2}m \cdot (-2v_0)^2 + \frac{1}{2} \cdot 5mv_B'^2$$

联立解得

$$v_A' = v_0$$

设在斜面上滑行的长度为 L ，上滑过程，根据动能定理可得

$$-mgL \sin \theta - \mu mgL \cos \theta = 0 - \frac{1}{2} m(2v_0)^2$$

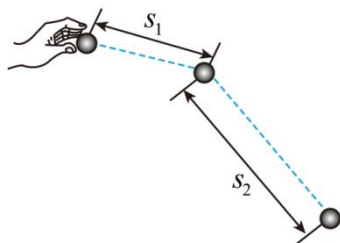
下滑过程，根据动能定理可得

$$mgL \sin \theta - \mu mgL \cos \theta = \frac{1}{2} mv_0^2 - 0$$

联立解得

$$\mu = 0.45$$

2、(2022·全国甲卷·T24) 将一小球水平抛出，使用频闪仪和照相机对运动的小球进行拍摄，频闪仪每隔 0.05s 发出一次闪光。某次拍摄时，小球在抛出瞬间频闪仪恰好闪光，拍摄的照片编辑后如图所示。图中的第一个小球为抛出瞬间的影像，每相邻两个球之间被删去了 3 个影像，所标出的两个线段的长度 s_1 和 s_2 之比为 $3:7$ 。重力加速度大小取 $g = 10\text{m/s}^2$ ，忽略空气阻力。求在抛出瞬间小球速度的大小。



【答案】 $\frac{2\sqrt{5}}{5} \text{m/s}$

【解析】

频闪仪每隔 0.05s 发出一次闪光，每相邻两个球之间被删去 3 个影像，故相邻两球的时间间隔为

$$t = 4T = 0.05 \times 4\text{s} = 0.2\text{s}$$

设抛出瞬间小球的速度为 v_0 ，每相邻两球间的水平方向上位移为 x ，竖直方向上的位移分别为 y_1 、 y_2 ，根据平抛运动位移公式有

$$x = v_0 t$$

$$y_1 = \frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2} \times 10 \times 0.2^2 \text{ m} = 0.2 \text{ m}$$

$$y_2 = \frac{1}{2}g(2t)^2 - \frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2} \times 10 \times (0.4^2 - 0.2^2) \text{ m} = 0.6 \text{ m}$$

令 $y_1 = y$ ，则有

$$y_2 = 3y_1 = 3y$$

已标注的线段 s_1 、 s_2 分别为

$$s_1 = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$s_2 = \sqrt{x^2 + (3y)^2} = \sqrt{x^2 + 9y^2}$$

则有

$$\sqrt{x^2 + y^2} : \sqrt{x^2 + 9y^2} = 3 : 7$$

整理得

$$x = \frac{2\sqrt{5}}{5}y$$

故在抛出瞬间小球的速度大小为

$$v_0 = \frac{x}{t} = \frac{2\sqrt{5}}{5} \text{ m/s}$$

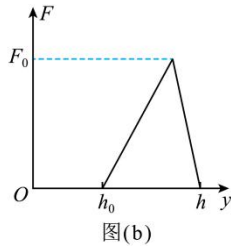
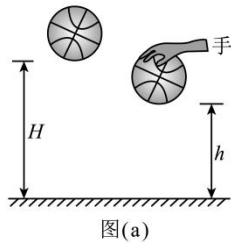
3、(2022·湖南卷·T14) 如图 (a)，质量为 m 的篮球从离地 H 高度处由静止下落，与地面发生一次非弹性碰撞后反弹至离地 h 的最高处。设篮球在运动过程中所受空气阻力的大小是篮球所受重力的 λ 倍 (λ 为常数且 $0 < \lambda < \frac{H-h}{H+h}$)，且篮球每次与地面碰撞的碰后速率与碰前速率之比相同，重力加速度大小为 g 。

(1) 求篮球与地面碰撞的碰后速率与碰前速率之比；

(2) 若篮球反弹至最高处 h 时，运动员对篮球施加一个向下的压力 F ，使得篮球与地面碰撞一次后恰好反弹至 h 的高度处，力 F 随高度 y 的变化如图 (b) 所示，其中 h_0 已知，求 F_0 的大小；

(3) 篮球从 H 高度处由静止下落后，每次反弹至最高点时，运动员拍击一次篮球 (拍击时

间极短), 瞬间给其一个竖直向下、大小相等的冲量 I , 经过 N 次拍击后篮球恰好反弹至 H 高度处, 求冲量 I 的大小。



【答案】(1) $k = \sqrt{\frac{(1+\lambda)h}{(1-\lambda)H}}$; (2) $F_0 = \frac{2mg(1-\lambda)(H-h)}{h-h_0}$; (3) $I = m \sqrt{\left[H - \left(\frac{h}{H}\right)^N \cdot h\right] \cdot \left[\frac{\frac{h}{H}-1}{\left(\frac{h}{H}\right)^{N+1} - \frac{h}{H}}\right] \cdot (1-\lambda)2g}$

【解析】

(1) 篮球下降过程中根据牛顿第二定律有

$$mg - \lambda mg = ma_{\text{下}}$$

再根据匀变速直线运动的公式, 下落的过程中有

$$v_{\text{下}}^2 = 2a_{\text{下}}H$$

篮球反弹后上升过程中根据牛顿第二定律有

$$mg + \lambda mg = ma_{\text{上}}$$

再根据匀变速直线运动的公式, 上升的过程中有

$$v_{\text{上}}^2 = 2a_{\text{上}}h$$

则篮球与地面碰撞的碰后速率与碰前速率之比

$$k = \frac{v_{\text{上}}}{v_{\text{下}}} = \sqrt{\frac{(1+\lambda)h}{(1-\lambda)H}}$$

(2) 若篮球反弹至最高处 h 时, 运动员对篮球施加一个向下的压力 F , 则篮球下落过程中根据动能定理有

$$mgh + \frac{h-h_0}{2}F_0 - \lambda mgh = \frac{1}{2}mv_{\text{下}}'^2$$

篮球反弹后上升过程中根据动能定理有

$$-mgh - \lambda mgh = 0 - \frac{1}{2}m(kv_{\text{下}}')^2$$

联立解得

$$F_0 = \frac{2mg(1-\lambda)(H-h)}{h-h_0}$$

(3) 由 (1) 问可知篮球上升和下降过程中的加速度分别为

$$a_{\text{下}} = (1 - \lambda)g \text{ (方向向下)}$$

$$a_{\text{上}} = (1 + \lambda)g \text{ (方向向下)}$$

由题知运动员拍击一次篮球（拍击时间极短），瞬间给其一个竖直向下、大小相等的冲量 I ，由于拍击时间极短，则重力的冲量可忽略不计，则根据动量定理有

$$I = mv$$

即每拍击一次篮球将给它一个速度 v 。

拍击第 1 次下降过程有

$$v_1^2 - v^2 = 2(1 - \lambda)gh_0$$

上升过程有

$$(kv_1)^2 = 2(1 + \lambda)gh_1$$

代入 k 后，下降过程有

$$v_1^2 - v^2 = 2(1 - \lambda)gh_0$$

上升过程有

$$hv_1^2 = 2(1 - \lambda)gHh_1$$

联立有

$$h_1 = \frac{h}{H} \left(h_0 + \frac{v^2}{2g(1 - \lambda)} \right) = \left(\frac{h}{H} \right)^1 \cdot h_0 + \left(\frac{h}{H} \right)^1 \cdot \frac{v^2}{2g(1 - \lambda)}$$

拍击第 2 次，同理代入 k 后，下降过程有

$$v_2^2 - v^2 = 2(1 - \lambda)gh_1$$

上升过程有

$$hv_2^2 = 2(1 - \lambda)gHh_2$$

联立有

$$h_2 = \frac{h}{H} \left(h_1 + \frac{v^2}{2g(1 - \lambda)} \right)$$

再将 h_1 代入 h_2 有

$$h_2 = \left(\frac{h}{H} \right)^2 \cdot h_0 + \left(\frac{h}{H} \right)^2 \cdot \frac{v^2}{2g(1 - \lambda)} + \left(\frac{h}{H} \right)^1 \cdot \frac{v^2}{2g(1 - \lambda)}$$

拍击第 3 次，同理代入 k 后，下降过程有

$$v_3^2 - v^2 = 2(1 - \lambda)gh_2$$

上升过程有

$$h v_3^2 = 2(1 - \lambda) g H h_3$$

联立有

$$h_3 = \frac{h}{H} \left(h_2 + \frac{v^2}{(1 - \lambda) 2g} \right)$$

再将 h_2 代入 h_3 有

$$h_3 = \left(\frac{h}{H}\right)^3 \cdot h_0 + \left(\frac{h}{H}\right)^3 \cdot \frac{v^2}{2g(1 - \lambda)} + \left(\frac{h}{H}\right)^2 \cdot \frac{v^2}{2g(1 - \lambda)} + \left(\frac{h}{H}\right)^1 \cdot \frac{v^2}{2g(1 - \lambda)}$$

直到拍击第 N 次，同理代入 k 后，下降过程有

$$v_N^2 - v^2 = 2(1 - \lambda) g h_{N-1}$$

上升过程有

$$h v_N^2 = 2(1 - \lambda) g H h_N$$

联立有

$$h_N = \frac{h}{H} \left(h_{N-1} + \frac{v^2}{2g(1 - \lambda)} \right)$$

将 h_{N-1} 代入 h_N 有

$$h_N = \left(\frac{h}{H}\right)^N \cdot h_0 + \left(\frac{h}{H}\right)^N \cdot \frac{v^2}{2g(1 - \lambda)} + \left(\frac{h}{H}\right)^{N-1} \cdot \frac{v^2}{2g(1 - \lambda)} + \cdots + \left(\frac{h}{H}\right)^1 \cdot \frac{v^2}{2g(1 - \lambda)}$$

其中

$$h_N = H, \quad h_0 = h$$

则有

$$H = \left(\frac{h}{H}\right)^N \cdot h + \left[\frac{\left(\frac{h}{H}\right)^{N+1} - \frac{h}{H}}{\frac{h}{H} - 1} \right] \frac{v^2}{2g(1 - \lambda)}$$

则

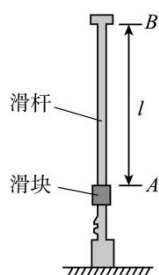
$$I = m \sqrt{\left[H - \left(\frac{h}{H}\right)^N \cdot h \right] \cdot \left[\frac{\frac{h}{H} - 1}{\left(\frac{h}{H}\right)^{N+1} - \frac{h}{H}} \right] \cdot (1 - \lambda) 2g}$$

4、(2022·广东卷·T13) 某同学受自动雨伞开伞过程的启发，设计了如图所示的物理模型。

竖直放置在水平桌面上的滑杆上套有一个滑块，初始时它们处于静止状态。当滑块从 A 处以初速度 v_0 为 10m/s 向上滑动时，受到滑杆的摩擦力 f 为 1N ，滑块滑到 B 处与滑杆发生完全非弹性碰撞，带动滑杆离开桌面一起竖直向上运动。已知滑块的质量 $m = 0.2\text{kg}$ ，滑杆的质量 $M = 0.6\text{kg}$ ， A 、 B 间的距离 $l = 1.2\text{m}$ ，重力加速度 g 取 10m/s^2 ，不计空气阻力。

求：

- (1) 滑块在静止时和向上滑动的过程中，桌面对滑杆支持力的大小 N_1 和 N_2 ；
- (2) 滑块碰撞前瞬间的速度大小 v_1 ；
- (3) 滑杆向上运动的最大高度 h 。



【答案】 (1) $N_1 = 8\text{N}$ ， $N_2 = 5\text{N}$ ；(2) $v_1 = 8\text{m/s}$ ；(3) $h = 0.2\text{m}$

【解析】

(1) 当滑块处于静止时桌面对滑杆的支持力等于滑块和滑杆的重力，即

$$N_1 = (m + M)g = 8\text{N}$$

当滑块向上滑动过程中受到滑杆的摩擦力为 1N ，根据牛顿第三定律可知滑块对滑杆的摩擦力也为 1N ，方向竖直向上，则此时桌面对滑杆的支持力为

$$N_2 = Mg - f' = 5\text{N}$$

(2) 滑块向上运动到碰前瞬间根据动能定理有

$$-mgl - fl = \frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$$

代入数据解得 $v_1 = 8\text{m/s}$ 。

(3) 由于滑块和滑杆发生完全非弹性碰撞，即碰后两者共速，碰撞过程根据动量守恒有

$$mv_1 = (m + M)v$$

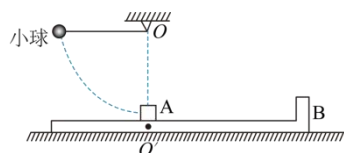
碰后滑块和滑杆以速度 v 整体向上做竖直上抛运动，根据动能定理有

$$-(m+M)gh = 0 - \frac{1}{2}(m+M)v^2$$

代入数据联立解得 $h = 0.2\text{m}$ 。

5、(2022·山东卷·T18) 如图所示，“L”型平板 B 静置在地面上，小物块 A 处于平板 B 上的 O' 点， O' 点左侧粗糙，右侧光滑。用不可伸长的轻绳将质量为 M 的小球悬挂在 O' 点正上方的 O 点，轻绳处于水平拉直状态。将小球由静止释放，下摆至最低点与小物块 A 发生碰撞，碰后小球速度方向与碰前方向相同，开始做简谐运动（要求摆角小于 5° ），A 以速度 v_0 沿平板滑动直至与 B 右侧挡板发生弹性碰撞。一段时间后，A 返回到 O 点的正下方时，相对于地面的速度减为零，此时小球恰好第一次上升到最高点。已知 A 的质量 $m_A = 0.1\text{kg}$ ，B 的质量 $m_B = 0.3\text{kg}$ ，A 与 B 的动摩擦因数 $\mu_1 = 0.4$ ，B 与地面间的动摩擦因数 $\mu_2 = 0.225$ ， $v_0 = 4\text{m/s}$ ，取重力加速度 $g = 10\text{m/s}^2$ 。整个过程中 A 始终在 B 上，所有碰撞时间忽略不计，不计空气阻力，求：

- (1) A 与 B 的挡板碰撞后，二者的速度大小 v_A 与 v_B ；
- (2) B 光滑部分的长度 d ；
- (3) 运动过程中 A 对 B 的摩擦力所做的功 W_f ；
- (4) 实现上述运动过程， $\frac{M}{m_A}$ 的取值范围（结果用 $\cos 5^\circ$ 表示）。



【答案】(1) $v_A = 2\text{m/s}$ ， $v_B = 2\text{m/s}$ ；(2) $d = \frac{7}{6}\text{m}$ ；(3) $-\frac{3}{65}\text{J}$ ；(4)

$$\frac{3\sqrt{2}\pi}{85} < \frac{M}{m_A} < \frac{3\sqrt{2}\pi}{85(1-\sqrt{1-\cos 5^\circ})}$$

【解析】

(1) 设水平向右为正方向，因为 O' 点右侧光滑，由题意可知 A 与 B 发生弹性碰撞，故碰撞过程根据动量守恒和能量守恒有

$$m_A v_0 = m_A v_A + m_B v_B$$

$$\frac{1}{2}m_A v_0^2 = \frac{1}{2}m_A v_A^2 + \frac{1}{2}m_B v_B^2$$

代入数据联立解得

$$v_A = -2\text{m/s} , (\text{方向水平向左})$$

$$v_B = 2\text{m/s} , (\text{方向水平向右})$$

即 A 和 B 速度的大小分别为 $v_A = 2\text{m/s}$, $v_B = 2\text{m/s}$ 。

(2) 因为 A 物体返回到 O 点正下方时, 相对地面速度为 0, A 物体减速过程根据动能定理有

$$-\mu_1 m_A g x_0 = 0 - \frac{1}{2} m_A v_A^2$$

代入数据解得

$$x_0 = 0.5\text{m}$$

根据动量定理有

$$-\mu_1 m_A g t_2 = 0 - m_A v_A$$

代入数据解得

$$t_2 = 0.5\text{s}$$

此过程中 A 减速的位移等于 B 物体向右的位移, 所以对于此过程 B 有

$$\mu_2 (m_A + m_B) g = m_B a_1$$

$$x_0 = v_B t_1 - \frac{1}{2} a_1 t_1^2$$

联立各式代入数据解得

$$t_1 = \frac{1}{3}\text{s} , t'_1 = 1\text{s} (\text{舍去})$$

故根据几何关系有

$$d = v_A t_1 + x_0$$

代入数据解得

$$d = \frac{7}{6}\text{m}$$

(3) 在 A 刚开始减速时, B 物体的速度为

$$v_2 = v_B - a_1 t_1 = 1 \text{ m/s}$$

在 A 减速过程中，对 B 分析根据牛顿运动定律可知

$$\mu_1 m_A g + \mu_2 (m_A + m_B) g = m_B a_2$$

解得

$$a_2 = \frac{13}{3} \text{ m/s}^2$$

B 物体停下来的时间为 t_3 ，则有

$$0 = v_2 - a_2 t_3$$

解得

$$t_3 = \frac{3}{13} \text{ s} < t_2 = 0.5 \text{ s}$$

可知在 A 减速过程中 B 先停下来了，此过程中 B 的位移为

$$x_B = \frac{v_2^2}{2a_2} = \frac{3}{26} \text{ m}$$

所以 A 对 B 的摩擦力所做的功为

$$W_f = -\mu_1 m_A g x_B = -\frac{3}{65} \text{ J}$$

(4) 小球和 A 碰撞后 A 做匀速直线运动再和 B 相碰，此过程有

$$t_0 = \frac{d}{v_A} = \frac{7}{12} \text{ s}$$

由题意可知 A 返回到 O 点的正下方时，小球恰好第一次上升到最高点，设小球做简谐振动的周期为 T ，摆长为 L ，则有

$$\frac{1}{4}T = t_0 + t_1 + t_2$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

小球下滑过程根据动能定理有

$$MgL = \frac{1}{2}Mv^2$$

小球与 A 碰撞过程根据动量守恒定律有

$$Mv = Mv_1 + m_A v_0$$

当碰后小球摆角恰为 5° 时，有

$$MgL(1 - \cos 5^\circ) = \frac{1}{2} Mv_1^2$$

联立可得

$$\frac{M}{m_A} = \frac{3\sqrt{2}\pi}{85(1 - \sqrt{1 - \cos 5^\circ})}$$

当碰后小球速度恰为 0 时，碰撞过程有

$$Mv = m_A v_0$$

则可得

$$\frac{M}{m_A} = \frac{3\sqrt{2}\pi}{85}$$

故要实现这个过程的范围为

$$\frac{3\sqrt{2}\pi}{85} < \frac{M}{m_A} < \frac{3\sqrt{2}\pi}{85(1 - \sqrt{1 - \cos 5^\circ})}$$

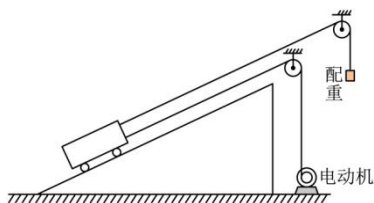
6、(2022·山东卷·T16) 某粮库使用额定电压 $U = 380\text{V}$ ，内阻 $R = 0.25\Omega$ 的电动机运粮。

如图所示，配重和电动机连接小车的缆绳均平行于斜坡，装满粮食的小车以速度 $v = 2\text{m/s}$ 沿斜坡匀速上行，此时电流 $I = 40\text{A}$ 。关闭电动机后，小车又沿斜坡上行路程 L 到达卸粮点时，速度恰好为零。卸粮后，给小车一个向下的初速度，小车沿斜坡刚好匀速下行。已知小车质量 $m_1 = 100\text{kg}$ ，车上粮食质量 $m_2 = 1200\text{kg}$ ，配重质量 $m_0 = 40\text{kg}$ ，取重力加速度

$g = 10\text{m/s}^2$ ，小车运动时受到的摩擦阻力与车及车上粮食总重力成正比，比例系数为 k ，配重始终未接触地面，不计电动机自身机械摩擦损耗及缆绳质量。求：

(1) 比例系数 k 值；

(2) 上行路程 L 值。



【答案】(1) $k = 0.1$; (2) $L = \frac{67}{185} \text{m}$

【解析】

(1) 设电动机的牵引绳张力为 T_1 ，电动机连接小车的缆绳匀速上行，由能量守恒定律有

$$UI = I^2 R + T_1 v$$

解得

$$T_1 = 7400 \text{N}$$

小车和配重一起匀速，设绳的张力为 T_2 ，对配重有

$$T_2 = m_0 g = 400 \text{N}$$

设斜面倾角为 θ ，对小车匀速有

$$T_1 + T_2 = (m_1 + m_2)g \sin \theta + k(m_1 + m_2)g$$

而卸粮后给小车一个向下的初速度，小车沿斜坡刚好匀速下行，有

$$m_1 g \sin \theta = m_0 g + k m_1 g$$

联立各式解得

$$\sin \theta = 0.5, \quad k = 0.1$$

(2) 关闭发动机后小车和配重一起做匀减速直线运动，设加速度为 a ，对系统由牛顿第二定律有

$$(m_1 + m_2)g \sin \theta + k(m_1 + m_2)g - m_0 g = (m_1 + m_2 + m_0)a$$

可得

$$a = \frac{370}{67} \text{m/s}^2$$

由运动学公式可知

$$v^2 = 2aL$$

解得

$$L = \frac{67}{185} \text{m}$$

7、(2022·浙江1月卷·T19) 第24届冬奥会将在我国举办。钢架雪车比赛的一段赛道如图1所示，长12m水平直道AB与长20m的倾斜直道BC在B点平滑连接，斜道与水平面的夹

角为 15° 。运动员从 A 点由静止出发，推着雪车匀加速到 B 点时速度大小为 8m/s ，紧接着快速俯卧到车上沿 BC 匀加速下滑（图 2 所示），到 C 点共用时 5.0s 。若雪车（包括运动员）可视为质点，始终在冰面上运动，其总质量为 110kg ， $\sin 15^\circ = 0.26$ ，求雪车（包括运动员）

- (1) 在直道 AB 上的加速度大小；
- (2) 过 C 点的速度大小；
- (3) 在斜道 BC 上运动时受到的阻力大小。

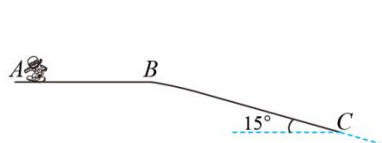


图1



图2

【答案】 (1) $a_1 = \frac{8}{3}\text{m/s}^2$; (2) 12m/s ; (3) 66N

【解析】

(1) AB 段

$$v_1^2 = 2a_1x_1$$

解得

$$a_1 = \frac{8}{3}\text{m/s}^2$$

(2) AB 段

$$v_1 = a_1t_1$$

解得

$$t_1 = 3\text{s}$$

BC 段

$$x_2 = v_1t_2 + \frac{1}{2}a_2t_2^2$$

$$a_2 = 2\text{m/s}^2$$

过 C 点的速度大小

$$v = v_1 + a_2t_2 = 12\text{m/s}$$

(3) 在 BC 段有牛顿第二定律

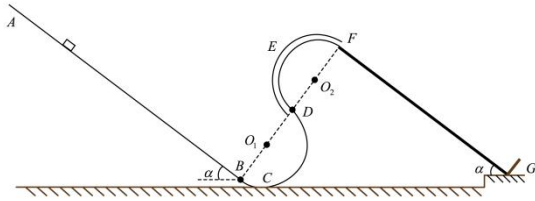
$$mg \sin \theta - F_f = ma_2$$

解得

$$F_f = 66\text{N}$$

8、(2022·浙江1月卷·T20) 如图所示, 处于竖直平面内的一探究装置, 由倾角 $\alpha = 37^\circ$ 的光滑直轨道 AB 、圆心为 O_1 的半圆形光滑轨道 BCD 、圆心为 O_2 的半圆形光滑细圆管轨道 DEF 、倾角也为 37° 的粗糙直轨道 FG 组成, B 、 D 和 F 为轨道间的相切点, 弹性板垂直轨道固定在 G 点 (与 B 点等高), B 、 O_1 、 D 、 O_2 和 F 点处于同一直线上。已知可视为质点的滑块质量 $m = 0.1\text{kg}$, 轨道 BCD 和 DEF 的半径 $R = 0.15\text{m}$, 轨道 AB 长度 $l_{AB} = 3\text{m}$, 滑块与轨道 FG 间的动摩擦因数 $\mu = \frac{7}{8}$, 滑块与弹性板作用后, 以等大速度弹回, $\sin 37^\circ = 0.6$, $\cos 37^\circ = 0.8$ 。滑块开始时均从轨道 AB 上某点静止释放,

- (1) 若释放点距 B 点的长度 $l = 0.7\text{m}$, 求滑块到最低点 C 时轨道对其支持力 F_N 的大小;
- (2) 设释放点距 B 点的长度为 l_x , 滑块第一次经 F 点时的速度 v 与 l_x 之间的关系式;
- (3) 若滑块最终静止在轨道 FG 的中点, 求释放点距 B 点长度 l_x 的值。



【答案】(1) 7N; (2) $l_x \geq 0.85\text{m}$; (3) 见解析

【解析】

(1) 到 C 点过程

$$mgl \sin 37^\circ + mgR(1 - \cos 37^\circ) = \frac{1}{2}mv_C^2$$

C 点时

$$F_N - mg = m \frac{v_C^2}{R}$$

$$F_N = 7\text{N}$$

(2) 能过最高点时, 则能到 F 点, 则恰到最高点时

$$mgl_x \sin 37^\circ - (3mgR \cos 37^\circ + R)mg = 0$$

解得

$$l_x = 0.85\text{m}$$

要能过 F 点 $l_x \geq 0.85\text{m}$

(3) 设摩擦力做功为第一次到达中点时的 n 倍

$$mgl_x \sin 37^\circ - mg \frac{l_{FG}}{2} \sin 37^\circ - n\mu mg \frac{l_{FG}}{2} \cos 37^\circ = 0$$

解得

$$l_x = \frac{7n+6}{15}$$

当 $n=1$ 时

$$l_{x1} = \frac{13}{15}\text{m}$$

当 $n=3$ 时

$$l_{x2} = \frac{9}{5}\text{m}$$

当 $n=5$ 时

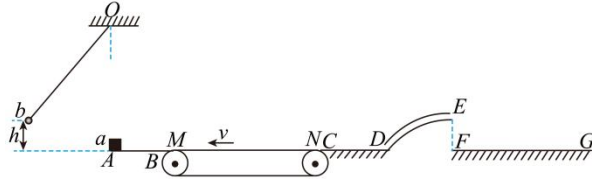
$$l_{x3} = \frac{41}{15}\text{m}$$

9、(2022·浙江6月卷·T20) 如图所示，在竖直面内，一质量 m 的物块 a 静置于悬点 O 正下方的 A 点，以速度 v 逆时针转动的传送带 MN 与直轨道 AB 、 CD 、 FG 处于同一水平面上， AB 、 MN 、 CD 的长度均为 l 。圆弧形细管道 DE 半径为 R ， EF 在竖直直径上， E 点高度为 H 。开始时，与物块 a 相同的物块 b 悬挂于 O 点，并向左拉开一定的高度 h 由静止下摆，细线始终张紧，摆到最低点时恰好与 a 发生弹性正碰。已知 $m=2\text{g}$ ， $l=1\text{m}$ ， $R=0.4\text{m}$ ， $H=0.2\text{m}$ ， $v=2\text{m/s}$ ，物块与 MN 、 CD 之间的动摩擦因数 $\mu=0.5$ ，轨道 AB 和管道 DE 均光滑，物块 a 落到 FG 时不反弹且静止。忽略 M 、 B 和 N 、 C 之间的空隙， CD 与 DE 平滑连接，物块可视为质点，取 $g=10\text{m/s}^2$ 。

(1) 若 $h=1.25\text{m}$ ，求 a 、 b 碰撞后瞬时物块 a 的速度 v_0 的大小；

(2) 物块 a 在 DE 最高点时，求管道对物块的作用力 F_N 与 h 间满足的关系；

(3) 若物块 b 释放高度 $0.9\text{m} < h < 1.65\text{m}$ ，求物块 a 最终静止的位置 x 值的范围（以 A 点为坐标原点，水平向右为正，建立 x 轴）。



【答案】(1) 5m/s ; (2) $F_N = 0.1h - 0.14 (h \geq 1.2\text{m})$; (3) 当 $0.9\text{m} < h < 1.2\text{m}$ 时,

$$2.6\text{m} \leq x \leq 3\text{m}, \text{ 当 } 1.2\text{m} \leq h < 1.65\text{m} \text{ 时, } \left(3 + \frac{\sqrt{3}}{5}\right)\text{m} \leq x < \left(3.6 + \frac{\sqrt{3}}{5}\right)\text{m}$$

【解析】

(1) 滑块 b 摆到最低点过程中, 由机械能守恒定律

$$mgh = \frac{1}{2}mv_b^2$$

解得

$$v_b = 5\text{m/s}$$

b 与 a 发生弹性碰撞, 根据动量守恒定律和机械能守恒定律可得

$$mv_b = mv_b' + mv_0$$

$$\frac{1}{2}mv_b^2 = \frac{1}{2}mv_b'^2 + \frac{1}{2}mv_0^2$$

联立解得

$$v_0 = v_b = 5\text{m/s}$$

(2) 由 (1) 分析可知, 物块 b 与物块 a 在 A 发生弹性正碰, 速度交换, 设物块 a 刚好可以到达 E 点, 高度为 h_1 , 根据动能定理可得

$$mgh_1 - 2\mu mgl - mgH = 0$$

解得

$$h_1 = 1.2\text{m}$$

以竖直向下为正方向

$$F_N + mg = m \frac{v_E^2}{R}$$

由动能定理

$$mgh - 2\mu mgl - mgH = \frac{1}{2}mv_E^2$$

联立可得

$$F_N = 0.1h - 0.14(h \geq 1.2\text{m})$$

(3) 当 $1.2\text{m} \leq h < 1.65\text{m}$ 时, 物块位置在 E 点或 E 点右侧, 根据动能定理得

$$mgh - 2\mu mgl - mgH = \frac{1}{2}mv_E^2$$

从 E 点飞出后, 竖直方向

$$H = \frac{1}{2}gt^2$$

水平方向

$$s = v_E t$$

根据几何关系可得

$$DF = \frac{\sqrt{3}}{5}\text{m}$$

联立解得

$$x = 3l + DF + s_1$$

代入数据解得

$$\left(3 + \frac{\sqrt{3}}{5}\right)\text{m} \leq x < \left(3.6 + \frac{\sqrt{3}}{5}\right)\text{m}$$

当 $0.9\text{m} < h < 1.2\text{m}$ 时, 从 $h_2 = 0.9\text{m}$ 释放时, 根据动能定理可得

$$mgh - \mu mgs_2 = 0$$

解得

$$s_2 = 1.8\text{m}$$

可知物块达到距离 C 点 0.8m 处静止, 滑块 a 由 E 点速度为零, 返回到 CD 时, 根据动能定理可得

$$mgH - \mu mgs_3 = 0$$

解得

$$s_3 = 0.4\text{m}$$

距离 C 点 0.6m，综上可知当 $0.9\text{m} < h < 1.2\text{m}$ 时

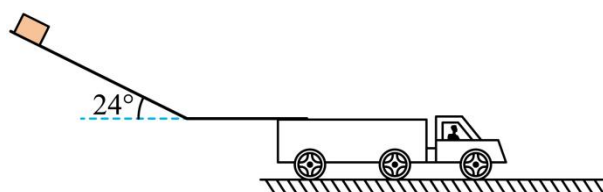
$$3l - s_3 \leq x \leq 3l$$

代入数据得

$$2.6\text{m} \leq x \leq 3\text{m}$$

10、(2022·浙江 6 月卷·T19) 物流公司通过滑轨把货物直接装运到卡车中，如图所示，倾斜滑轨与水平面成 24° 角，长度 $l_1 = 4\text{m}$ ，水平滑轨长度可调，两滑轨间平滑连接。若货物从倾斜滑轨顶端由静止开始下滑，其与滑轨间的动摩擦因数均为 $\mu = \frac{2}{9}$ ，货物可视为质点（取 $\cos 24^\circ = 0.9$ ， $\sin 24^\circ = 0.4$ ，重力加速度 $g = 10\text{m/s}^2$ ）。

- (1) 求货物在倾斜滑轨上滑行时加速度 a_1 的大小；
- (2) 求货物在倾斜滑轨末端时速度 v 的大小；
- (3) 若货物滑离水平滑轨末端时的速度不超过 2m/s ，求水平滑轨的最短长度 l_2 。



【答案】(1) 2m/s^2 ；(2) 4m/s ；(3) 2.7m

【解析】

(1) 根据牛顿第二定律可得

$$mg \sin 24^\circ - \mu mg \cos 24^\circ = ma_1$$

代入数据解得

$$a_1 = 2\text{m/s}^2$$

(2) 根据运动学公式

$$2a_1 l_1 = v^2$$

解得

$$v = 4\text{m/s}$$

(3) 根据牛顿第二定律

$$\mu mg = ma_2$$

根据运动学公式

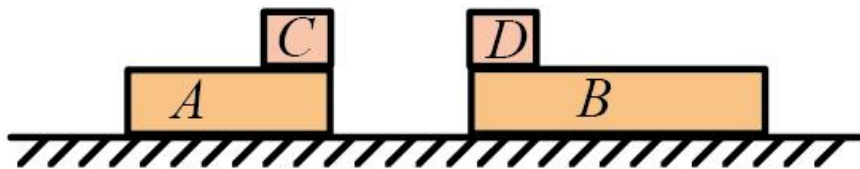
$$-2a_2 l_2 = v_{\max}^2 - v^2$$

代入数据联立解得

$$l_2 = 2.7\text{m}$$

11、(2022·河北·T13)如图,光滑水平面上有两个等高的滑板 A 和 B,质量分别为 1kg 和 2kg , A 右端和 B 左端分别放置物块 C、D,物块 C、D 的质量均为 1kg , A 和 C 以相同速度 $v_0 = 10\text{m/s}$ 向右运动, B 和 D 以相同速度 kv_0 向左运动,在某时刻发生碰撞,作用时间极短,碰撞后 C 与 D 粘在一起形成一个新滑块, A 与 B 粘在一起形成一个新滑板,物块与滑板之间的动摩擦因数均为 $\mu = 0.1$ 。重力加速度大小取 $g = 10\text{m/s}^2$ 。

- (1) 若 $0 < k < 0.5$, 求碰撞后滑块 C、D 形成的新滑块的速度的大小和方向;
(2) 若 $k = 0.5$, 从碰撞后到新滑块与新滑板相对静止, 新滑块相对新滑板的位移的大小。



【答案】(1) $5(1-k)\text{m/s}$, 方向向右; (2) 1.875m

【解析】

(1) 物块 C、D 碰撞过程中满足动量守恒, 设碰撞后滑块 C、D 形成的新滑块的速度为 v , C、D 的质量均为 $m = 1\text{kg}$, 以向右方向为正方向, 则有

$$mv_0 - m \cdot kv_0 = (m + m)v$$

解得

$$v = \frac{1-k}{2} v_0 = 5(1-k)\text{m/s} > 0$$

可知碰撞后滑块 C、D 形成的新滑块的速度大小为 $5(1-k)\text{m/s}$, 方向向右。

(2) 若 $k = 0.5$ ，可知碰后滑块 C、D 形成的新滑块的速度为

$$v = 5(1 - k)m/s = 5 \times (1 - 0.5)m/s = 2.5m/s$$

滑板 A、B 碰撞过程中满足动量守恒，设碰撞后滑板 A、B 形成的新滑板的速度为 v' ，以向右方向为正方向，则有

$$m_A v_0 - m_B \cdot k v_0 = (m_A + m_B) v'$$

解得

$$v' = 0$$

可知碰后新滑块相对于新滑板向右运动，新滑块向右做匀减速运动，新滑板向右做匀加速运动，设新滑块的质量为 $M_1 = 2\text{kg}$ ，新滑板的质量为 $M_2 = 3\text{kg}$ ，相对静止时的共同速度为 $v_{\text{共}}$ ，根据动量守恒可得

$$M_1 v = (M_1 + M_2) v_{\text{共}}$$

解得

$$v_{\text{共}} = 1\text{m/s}$$

根据能量守恒可得

$$\mu M_1 g s_{\text{相}} = \frac{1}{2} M_1 v^2 - \frac{1}{2} (M_1 + M_2) v_{\text{共}}^2$$

解得

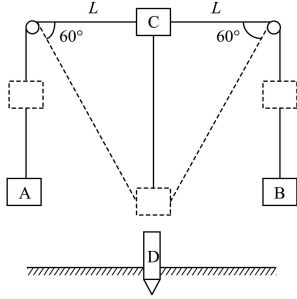
$$s_{\text{相}} = 1.875\text{m}$$

12、(2022·湖北·T16) 打桩机是基建常用工具。某种简易打桩机模型如图所示，重物 A、B 和 C 通过不可伸长的轻质长绳跨过两个光滑的等高小定滑轮连接，C 与滑轮等高（图中实线位置）时，C 到两定滑轮的距离均为 L 。重物 A 和 B 的质量均为 m ，系统可以在如图虚线位置保持静止，此时连接 C 的绳与水平方向的夹角为 60° 。某次打桩时，用外力将 C 拉到图中实线位置，然后由静止释放。设 C 的下落速度为 $\sqrt{\frac{3gL}{5}}$ 时，与正下方质量为 $2m$ 的静止桩 D 正碰，碰撞时间极短，碰撞后 C 的速度为零，D 竖直向下运动 $\frac{L}{10}$ 距离后静止（不考虑 C、D 再次相碰）。A、B、C、D 均可视为质点。

(1) 求 C 的质量；

(2) 若 D 在运动过程中受到的阻力 F 可视为恒力, 求 F 的大小;

(3) 撤掉桩 D, 将 C 再次拉到图中实线位置, 然后由静止释放, 求 A、B、C 的总动能最大时 C 的动能。



【答案】(1) $\sqrt{3}m$; (2) $6.5mg$; (3) $(4-2\sqrt{3})mgL$

【解析】

(1) 系统在如图虚线位置保持静止, 以 C 为研究对象, 根据平衡条件可知

$$m_c g = 2mg \cos 30^\circ$$

解得

$$m_c = \sqrt{3}m$$

(2) CD 碰后 C 的速度为零, 设碰撞后 D 的速度 v , 根据动量守恒定律可知

$$\sqrt{3}m \sqrt{\frac{3gL}{5}} = \sqrt{3}m \times 0 + 2mv$$

解得

$$v = \frac{3}{2} \sqrt{\frac{gL}{5}}$$

CD 碰撞后 D 向下运动 $\frac{L}{10}$ 距离后停止, 根据动能定理可知

$$0 - \frac{1}{2} \times 2mv^2 = 2mg \frac{L}{10} - F \frac{L}{10}$$

解得

$$F = 6.5mg$$

(3) 设某时刻 C 向下运动的速度为 v' , AB 向上运动的速度为 v , 图中虚线与竖直方向的夹角为 α , 根据机械能守恒定律可知

$$\frac{1}{2} m_c v'^2 + 2 \times \frac{1}{2} m (v' \cos \alpha)^2 = m_c g \frac{L}{\tan \alpha} - 2mg \left(\frac{L}{\sin \alpha} - L \right)$$

令

$$y = m_c g \frac{L}{\tan \alpha} - 2mg \left(\frac{L}{\sin \alpha} - L \right)$$

对上式求导数可得

$$\frac{dy}{d\alpha} = \sqrt{3}mgL \frac{-1}{(\sin \alpha)^2} + 2mgL \frac{\cos \alpha}{(\sin \alpha)^2}$$

当 $\frac{dy}{d\alpha} = 0$ 时解得

$$\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

即

$$\alpha = 30^\circ$$

此时

$$y = m_c g \frac{L}{\tan \alpha} - 2mg \left(\frac{L}{\sin \alpha} - L \right) = mgL$$

于是有

$$\frac{1}{2} m_c v'^2 + 2 \times \frac{1}{2} m (v' \cos \alpha)^2 = mgL$$

解得

$$v'^2 = \frac{gL}{\frac{3}{4} + \frac{\sqrt{3}}{2}}$$

此时 C 的最大动能为

$$E_{km} = \frac{1}{2} m_c v'^2 = (4 - 2\sqrt{3})mgL$$

13、(2022·湖北·T16) 打桩机是基建常用工具。某种简易打桩机模型如图所示，重物 A、B 和 C 通过不可伸长的轻质长绳跨过两个光滑的等高小定滑轮连接，C 与滑轮等高（图中实线位置）时，C 到两定滑轮的距离均为 L 。重物 A 和 B 的质量均为 m ，系统可以在如图虚线位置保持静止，此时连接 C 的绳与水平方向的夹角为 60° 。某次打桩时，用外力将 C 拉到

图中实线位置，然后由静止释放。设 C 的下落速度为 $\sqrt{\frac{3gL}{5}}$ 时，与正下方质量为 $2m$ 的静

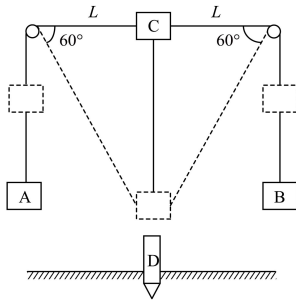
止桩 D 正碰，碰撞时间极短，碰撞后 C 的速度为零，D 竖直向下运动 $\frac{L}{10}$ 距离后静止（不考

虑 C、D 再次相碰)。A、B、C、D 均可视为质点。

(1) 求 C 的质量；

(2) 若 D 在运动过程中受到的阻力 F 可视为恒力，求 F 的大小；

(3) 撤掉桩 D，将 C 再次拉到图中实线位置，然后由静止释放，求 A、B、C 的总动能最大时 C 的动能。



【答案】(1) $\sqrt{3}m$ ；(2) $6.5mg$ ；(3) $(4 - 2\sqrt{3})mgL$

【解析】

(1) 系统在如图虚线位置保持静止，以 C 为研究对象，根据平衡条件可知

$$m_c g = 2mg \cos 30^\circ$$

解得

$$m_c = \sqrt{3}m$$

(2) CD 碰后 C 的速度为零，设碰撞后 D 的速度 v ，根据动量守恒定律可知

$$\sqrt{3}m \sqrt{\frac{3gL}{5}} = \sqrt{3}m \times 0 + 2mv$$

解得

$$v = \frac{3}{2} \sqrt{\frac{gL}{5}}$$

CD 碰撞后 D 向下运动 $\frac{L}{10}$ 距离后停止，根据动能定理可知

$$0 - \frac{1}{2} \times 2mv^2 = 2mg \frac{L}{10} - F \frac{L}{10}$$

解得

$$F = 6.5mg$$

(3) 设某时刻 C 向下运动的速度为 v' ，AB 向上运动的速度为 v ，图中虚线与竖直方向的夹

角为 α ，根据机械能守恒定律可知

$$\frac{1}{2}m_c v'^2 + 2 \times \frac{1}{2}m(v' \cos \alpha)^2 = m_c g \frac{L}{\tan \alpha} - 2mg\left(\frac{L}{\sin \alpha} - L\right)$$

令

$$y = m_c g \frac{L}{\tan \alpha} - 2mg\left(\frac{L}{\sin \alpha} - L\right)$$

对上式求导数可得

$$\frac{dy}{d\alpha} = \sqrt{3}mgL \frac{-1}{(\sin \alpha)^2} + 2mgL \frac{\cos \alpha}{(\sin \alpha)^2}$$

当 $\frac{dy}{d\alpha} = 0$ 时解得

$$\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

即

$$\alpha = 30^\circ$$

此时

$$y = m_c g \frac{L}{\tan \alpha} - 2mg\left(\frac{L}{\sin \alpha} - L\right) = mgL$$

于是有

$$\frac{1}{2}m_c v'^2 + 2 \times \frac{1}{2}m(v' \cos \alpha)^2 = mgL$$

解得

$$v'^2 = \frac{gL}{\frac{3}{4} + \frac{\sqrt{3}}{2}}$$

此时 C 的最大动能为

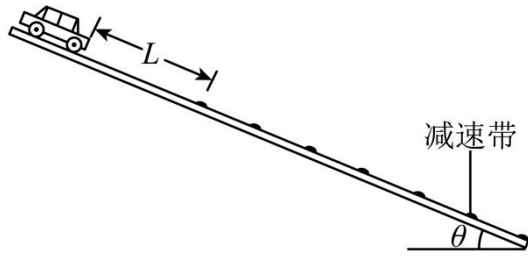
$$E_{km} = \frac{1}{2}m_c v'^2 = (4 - 2\sqrt{3})mgL$$

14.2021 全国甲卷第 11 题. 如图，一倾角为 θ 的光滑斜面上有 50 个减速带（图中未完全画出），相邻减速带间的距离均为 d ，减速带的宽度远小于 d ；一质量为 m 的无动力小车（可视为质点）从距第一个减速带 L 处由静止释放。已知小车通过减速带损失的机械能与到达减速带时的速度有关。观察发现，小车通过第 30 个减速带后，在相邻减速带间的平均速度

均相同。小车通过第 50 个减速带后立刻进入与斜面光滑连接的水平地面，继续滑行距离 s 后停下。已知小车与地面间的动摩擦因数为 μ ，重力加速度大小为 g 。

- (1) 求小车通过第 30 个减速带后，经过每一个减速带时损失的机械能；
- (2) 求小车通过前 30 个减速带的过程中在每一个减速带上平均损失的机械能；
- (3) 若小车在前 30 个减速带上平均每一个损失的机械能大于之后每一个减速带上损失的机械能，则 L 应满足什么条件？

(无动力) 小车



【答案】 (1) $mgd \sin \theta$; (2) $\frac{mg(L + 29d) \sin \theta - \mu mgs}{30}$; (3) $L > d + \frac{\mu s}{\sin \theta}$

【解析】 (1) 由题意可知小车在光滑斜面上滑行时根据牛顿第二定律有

$$mg \sin \theta = ma$$

设小车通过第 30 个减速带后速度为 v_1 ，到达第 31 个减速带时的速度为 v_2 ，则有

$$v_2^2 - v_1^2 = 2ad$$

因为小车通过第 30 个减速带后，在相邻减速带间的平均速度均相同，故后面过减速带后的速度与到达下一个减速带均为 v_1 和 v_2 ；经过每一个减速带时损失的机械能为

$$\Delta E = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$$

联立以上各式解得

$$\Delta E = mgd \sin \theta$$

(2) 由 (1) 知小车通过第 50 个减速带后的速度为 v_1 ，则在水平地面上根据动能定理有

$$-\mu mgs = 0 - \frac{1}{2}mv_1^2$$

从小车开始下滑到通过第 30 个减速带，根据动能定理有

$$mg(L + 29d) \sin \theta - \Delta E_{\text{总}} = \frac{1}{2}mv_1^2 \quad (\text{易错点：此式中注意是 29 不是 30})$$

联立解得

$$\Delta E_{\text{总}} = mg(L + 29d)\sin\theta - \mu mgs$$

故在每一个减速带上平均损失的机械能为

$$\Delta E' = \frac{\Delta E_{\text{总}}}{30} = \frac{mg(L + 29d)\sin\theta - \mu mgs}{30}$$

(3) 由题意可知

$$\Delta E' > \Delta E$$

可得

$$L > d + \frac{\mu s}{\sin\theta}。$$

15. 2021 全国乙卷第 11 题. 一篮球质量为 $m = 0.60\text{kg}$ ，一运动员使其从距地面高度为

$h_1 = 1.8\text{m}$ 处由静止自由落下，反弹高度为 $h_2 = 1.2\text{m}$ 。若使篮球从距地面 $h_3 = 1.5\text{m}$ 的高度

由静止下落，并在开始下落的同时向下拍球、球落地后反弹的高度也为 1.5m 。假设运动员拍球时对球的作用力为恒力，作用时间为 $t = 0.20\text{s}$ ；该篮球每次与地面碰撞前后的动能的比

值不变。重力加速度大小取 $g = 10\text{m/s}^2$ ，不计空气阻力。求：

(1) 运动员拍球过程中对篮球所做的功；

(2) 运动员拍球时对篮球的作用力的大小。

【答案】(1) $W = 4.5\text{J}$ ；(2) $F = 9\text{N}$

【解析】(1) 第一次篮球下落的过程中由动能定理可得

$$E_1 = mgh_1$$

篮球反弹后向上运动的过程由动能定理可得

$$0 - E_2 = -mgh_2$$

第二次从 1.5m 的高度静止下落，同时向下拍球，在篮球反弹上升的过程中，由动能定理可得

$$0 - E_4 = 0 - mgh_4$$

第二次从 1.5m 的高度静止下落，同时向下拍球，篮球下落过程中，由动能定理可得

$$W + mgh_3 = E_3$$

因篮球每次和地面撞击的前后动能的比值不变，则有比例关系

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{E_4}{E_3}$$

代入数据可得

$$W = 4.5\text{J}$$

(2) 因作用力是恒力，在恒力作用下篮球向下做匀加速直线运动，因此有牛顿第二定律可得

$$F + mg = ma$$

在拍球时间内运动的位移为

$$x = \frac{1}{2}at^2$$

做得功为

$$W = Fx$$

联立可得

$$F = 9\text{N} \quad (F = -15\text{N} \text{ 舍去})$$

16. 2021 全国乙卷第 11 题. 一篮球质量为 $m = 0.60\text{kg}$ ，一运动员使其从距地面高度为

$h_1 = 1.8\text{m}$ 处由静止自由落下，反弹高度为 $h_2 = 1.2\text{m}$ 。若使篮球从距地面 $h_3 = 1.5\text{m}$ 的高度由静止下落，并在开始下落的同时向下拍球、球落地后反弹的高度也为 1.5m 。假设运动员拍球时对球的作用力为恒力，作用时间为 $t = 0.20\text{s}$ ；该篮球每次与地面碰撞前后的动能的比值不变。重力加速度大小取 $g = 10\text{m/s}^2$ ，不计空气阻力。求：

- (1) 运动员拍球过程中对篮球所做的功；
- (2) 运动员拍球时对篮球的作用力的大小。

【答案】 (1) $W = 4.5\text{J}$ ；(2) $F = 9\text{N}$

【解析】 (1) 第一次篮球下落的过程中由动能定理可得

$$E_1 = mgh_1$$

篮球反弹后向上运动的过程由动能定理可得

$$0 - E_2 = -mgh_2$$

第二次从 1.5m 的高度静止下落，同时向下拍球，在篮球反弹上升的过程中，由动能定理可

得

$$0 - E_4 = 0 - mgh_4$$

第二次从 1.5m 的高度静止下落，同时向下拍球，篮球下落过程中，由动能定理可得

$$W + mgh_3 = E_3$$

因篮球每次和地面撞击的前后动能的比值不变，则有比例关系

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{E_4}{E_3}$$

代入数据可得

$$W = 4.5\text{J}$$

(2) 因作用力是恒力，在恒力作用下篮球向下做匀加速直线运动，因此有牛顿第二定律可得

$$F + mg = ma$$

在拍球时间内运动的位移为

$$x = \frac{1}{2}at^2$$

做得功为

$$W = Fx$$

联立可得

$$F = 9\text{N} \quad (F = -15\text{N} \text{ 舍去})$$

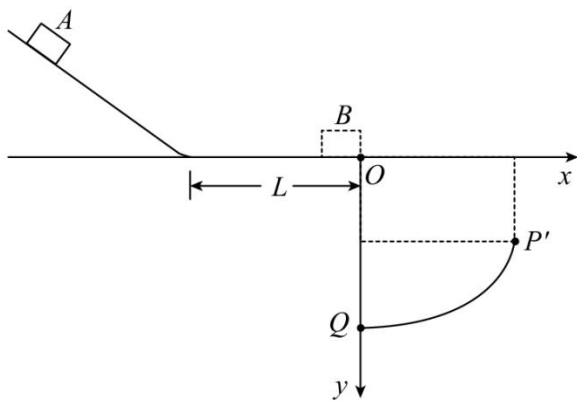
17. 2021 湖南卷第 14. 如图，竖直平面内一足够长的光滑倾斜轨道与一长为 L 的水平轨道通过一小段光滑圆弧平滑连接，水平轨道右下方有一段弧形轨道 PQ 。质量为 m 的小物块 A 与水平轨道间的动摩擦因数为 μ 。以水平轨道末端 O 点为坐标原点建立平面直角坐标系 xOy ， x 轴的正方向水平向右， y 轴的正方向竖直向下，弧形轨道 P 端坐标为 $(2\mu L, \mu L)$ ， Q 端在 y 轴上。重力加速度为 g 。

(1) 若 A 从倾斜轨道上距 x 轴高度为 $2\mu L$ 的位置由静止开始下滑，求 A 经过 O 点时的速度大小；

(2) 若 A 从倾斜轨道上不同位置由静止开始下滑，经过 O 点落在弧形轨道 PQ 上的动能均

相同，求 PQ 的曲线方程；

(3) 将质量为 λm (λ 为常数且 $\lambda \geq 5$) 的小物块 B 置于 O 点， A 沿倾斜轨道由静止开始下滑，与 B 发生弹性碰撞（碰撞时间极短），要使 A 和 B 均能落在弧形轨道上，且 A 落在 B 落点的右侧，求 A 下滑的初始位置距 x 轴高度的取值范围。



【答案】(1) $\sqrt{2\mu gL}$ ；(2) $x = 2\sqrt{2\mu Ly - y^2}$ (其中， $\mu L \leq y \leq 2\mu L$)；(3)

$$\frac{3\lambda - 1}{\lambda - 3} \cdot \mu L \leq x \leq \frac{\lambda^2 + \lambda + 1}{(\lambda - 1)^2} \cdot 4\mu L$$

【解析】

(1) 物块 A 从光滑轨道滑至 O 点，根据动能定理

$$mg \cdot 2\mu L - \mu mgL = \frac{1}{2}mv^2$$

解得

$$v = \sqrt{2\mu gL}$$

(2) 物块 A 从 O 点飞出后做平抛运动，设飞出的初速度为 v_0 ，落在弧形轨道上的坐标为 (x, y) ，将平抛运动分别分解到水平方向的匀速直线运动和竖直方向的自由落体运动，有

$$x = v_0 t, \quad y = \frac{1}{2}gt^2$$

解得水平初速度为

$$v_0^2 = \frac{gx^2}{2y}$$

物块 A 从 O 点到落点，根据动能定理可知

$$mgy = E_k - \frac{1}{2}mv_0^2$$

解得落点处动能为

$$E_k = mgy + \frac{1}{2}mv_0^2 = mgy + \frac{mgx^2}{4y}$$

因为物块 A 从 O 点到弧形轨道上动能均相同，将落点 $P(2\mu L, \mu L)$ 的坐标代入，可得

$$E_k = mgy + \frac{mgx^2}{4y} = mg \times \mu L + \frac{mg(2\mu L)^2}{4 \times \mu L} = 2\mu mgL$$

化简可得

$$y + \frac{x^2}{4y} = 2\mu L$$

即

$$x = 2\sqrt{2\mu Ly - y^2} \quad (\text{其中}, \mu L \leq y \leq 2\mu L)$$

(3) 物块 A 在倾斜轨道上从距 x 轴高 h 处静止滑下，到达 O 点与 B 物块碰前，其速度为 v_0 ，

根据动能定理可知

$$mgh - \mu mgL = \frac{1}{2}mv_0^2$$

解得

$$v_0^2 = 2gh - 2\mu gL \quad \text{----- ①}$$

物块 A 与 B 发生弹性碰撞，使 A 和 B 均能落在弧形轨道上，且 A 落在 B 落点的右侧，则 A 与 B 碰撞后需要反弹后再经过水平轨道-倾斜轨道-水平轨道再次到达 O 点。规定水平向右为正方向，碰后 AB 的速度大小分别为 v_1 和 v_2 ，在物块 A 与 B 碰撞过程中，动量守恒，能量守恒。则

$$mv_0 = -mv_1 + \lambda mv_2$$

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2} \cdot \lambda mv_2^2$$

解得

$$v_1 = \frac{\lambda - 1}{\lambda + 1}v_0 \quad \text{-----②}$$

$$v_2 = \frac{2}{\lambda + 1}v_0 \quad \text{-----③}$$

设碰后 A 物块反弹，再次到达 O 点时速度为 v_3 ，根据动能定理可知

$$-2\mu mgL = \frac{1}{2}mv_3^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$$

解得

$$v_3^2 = v_1^2 - 4\mu gL \quad \text{-----④}$$

据题意，A 落在 B 落点的右侧，则

$$v_3 > v_2 \quad \text{-----⑤}$$

据题意，A 和 B 均能落在弧形轨道上，则 A 必须落在 P 点的左侧，即：

$$v_3 \leq \sqrt{2\mu gL} \quad \text{-----⑥}$$

联立以上，可得 h 的取值范围为

$$\frac{3\lambda-1}{\lambda-3} \cdot \mu L < h \leq \frac{\lambda^2+\lambda+1}{(\lambda-1)^2} \cdot 4\mu L$$

18. 2021 浙江卷第 20 题. 机动车礼让行人是一种文明行为。如图所示，质量 $m = 1.0 \times 10^3 \text{ kg}$

的汽车以 $v_1 = 36 \text{ km/h}$ 的速度在水平路面上匀速行驶，在距离斑马线 $s = 20 \text{ m}$ 处，驾驶员发现小朋友排着长 $l = 6 \text{ m}$ 的队伍从斑马线一端开始通过，立即刹车，最终恰好停在斑马线前。假设汽车在刹车过程中所受阻力不变，且忽略驾驶员反应时间。

(1) 求开始刹车到汽车停止所用的时间和所受阻力的大小；

(2) 若路面宽 $L = 6 \text{ m}$ ，小朋友行走的速度 $v_0 = 0.5 \text{ m/s}$ ，求汽车在斑马线前等待小朋友全部通过所需的时间；

(3) 假设驾驶员以 $v_2 = 54 \text{ m/h}$ 超速行驶，在距离斑马线 $s = 20 \text{ m}$ 处立即刹车，求汽车到斑马线时的速度。



【答案】(1) $t_1 = 4\text{s}$, $F_f = 2.5 \times 10^3 \text{N}$; (2) 20s ; (3) $v = 5\sqrt{5} \text{m/s}$

【解析】(1) 根据平均速度

$$t_1 = \frac{s}{v}$$

解得刹车时间

$$t_1 = 4\text{s}$$

刹车加速度

$$a = \frac{v_1}{t_1}$$

根据牛顿第二定律

$$F_f = ma$$

解得

$$F_f = 2.5 \times 10^3 \text{N}$$

(2) 小朋友过时间

$$t_2 = \frac{l + L}{v_0}$$

等待时间

$$t = t_2 - t_1 = 20\text{s}$$

(3) 根据

$$v_2^2 - v^2 = 2as$$

解得

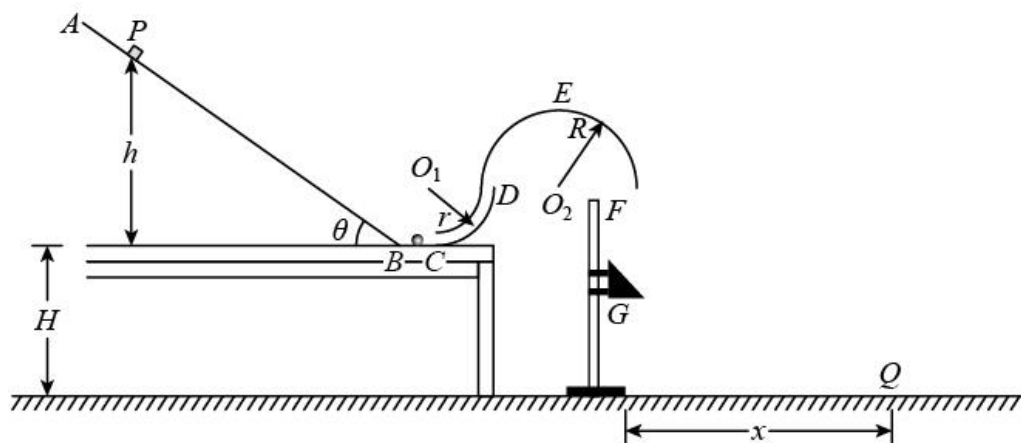
$$v = 5\sqrt{5} \text{m/s}$$

19. 2021 浙江卷第 21 题. 如图所示, 水平地面上有一高 $H = 0.4\text{m}$ 的水平台面, 台面上竖直放置倾角 $\theta = 37^\circ$ 的粗糙直轨道 AB 、水平光滑直轨道 BC 、四分之一圆周光滑细圆管道 CD 和半圆形光滑轨道 DEF , 它们平滑连接, 其中管道 CD 的半径 $r = 0.1\text{m}$ 、圆心在 O_1 点, 轨道 DEF 的半径 $R = 0.2\text{m}$ 、圆心在 O_2 点, O_1 、 D 、 O_2 和 F 点均处在同一水平线上。小滑块从轨道 AB 上距台面高为 h 的 P 点静止下滑, 与静止在轨道 BC 上等质量的小球发生弹性

碰撞，碰后小球经管道 CD 、轨道 DEF 从 F 点竖直向下运动，与正下方固定在直杆上的三棱柱 G 碰撞，碰后速度方向水平向右，大小与碰前相同，最终落在地面上 Q 点，已知小滑

块与轨道 AB 间的动摩擦因数 $\mu = \frac{1}{12}$ ， $\sin 37^\circ = 0.6$ ， $\cos 37^\circ = 0.8$ 。

- (1) 若小滑块的初始高度 $h = 0.9\text{m}$ ，求小滑块到达 B 点时速度 v_0 的大小；
- (2) 若小球能完成整个运动过程，求 h 的最小值 $h_{\min}$ ；
- (3) 若小球恰好能过最高点 E ，且三棱柱 G 的位置上下可调，求落地点 Q 与 F 点的水平距离 x 的最大值 $x_{\max}$ 。



【答案】(1) 4m/s ；(2) $h_{\min} = 0.45\text{m}$ ；(3) 0.8m

【解析】

(1) 小滑块在 AB 轨道上运动

$$mgh - \mu mg \cos \theta \cdot \frac{h}{\sin \theta} = \frac{1}{2}mv_0^2$$

代入数据解得

$$v_0 = \frac{4}{3}\sqrt{gh} = 4\text{m/s}$$

(2) 小滑块与小球碰撞后动量守恒，机械能守恒，因此有

$$mv_0 = mv_A + mv_B, \quad \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv_A^2 + \frac{1}{2}mv_B^2$$

解得

$$v_A = 0, v_B = 4\text{m/s}$$

小球沿 $CDEF$ 轨道运动，在最高点可得

$$mg = m \frac{v_{E\min}^2}{R}$$

从 C 点到 E 点由机械能守恒可得

$$\frac{1}{2}mv_{E\min}^2 + mg(R+r) = \frac{1}{2}mv_{B\min}^2$$

其中 $v_{B\min} = \frac{4}{3}\sqrt{gh_{\min}}$ ，解得

$$h_{\min} = 0.45\text{m}$$

(3) 设 F 点到 G 点的距离为 y ，小球从 E 点到 Q 点的运动，由动能定理

$$\frac{1}{2}mv_G^2 = \frac{1}{2}mv_{E\min}^2 + mg(R+y)$$

由平抛运动可得

$$x = v_G t, \quad H+r-y = \frac{1}{2}gt^2$$

联立可得水平距离为

$$x = 2\sqrt{(0.5-y)(0.3+y)}$$

由数学知识可得当

$$0.5-y = 0.3+y$$

取最小，最小值为

$$x_{\min} = 0.8\text{m}。$$

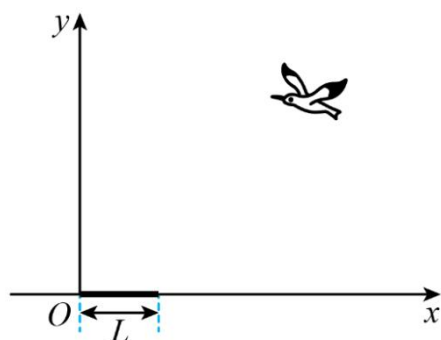
20.2021 山东卷第 16 题.

海鸥捕到外壳坚硬的鸟蛤（贝类动物）后，有时会飞到空中将它丢下，利用地面的冲击打碎硬壳。一只海鸥叼着质量 $m = 0.1\text{kg}$ 的鸟蛤，在 $H = 20\text{m}$ 的高度、以 $v_0 = 15\text{m/s}$ 的水平速度飞行时，松开嘴巴让鸟蛤落到水平地面上。取重力加速度 $g = 10\text{m/s}^2$ ，忽略空气阻力。

(1) 若鸟蛤与地面的碰撞时间 $\Delta t = 0.005\text{s}$ ，弹起速度可忽略，求碰撞过程中鸟蛤受到的平均作用力的大小 F ；（碰撞过程中不计重力）

(2) 在海鸥飞行方向正下方的地面上，有一与地面平齐、长度 $L = 6\text{m}$ 的岩石，以岩石左

端为坐标原点，建立如图所示坐标系。若海鸥水平飞行的高度仍为20m，速度大小在15m/s~17m/s之间，为保证鸟蛤一定能落到岩石上，求释放鸟蛤位置的 x 坐标范围。



【答案】(1) $F = 500\text{N}$; (2) $[34\text{m}, 36\text{m}]$ 或 $(34\text{m}, 36\text{m})$

【解析】(1) 设平抛运动的时间为 t ，鸟蛤落地前瞬间的速度大小为 v 。竖直方向分速度大小为 v_y ，根据运动的合成与分解得

$$H = \frac{1}{2}gt^2, \quad v_y = gt, \quad v = \sqrt{v_0^2 + v_y^2}$$

在碰撞过程中，以鸟蛤为研究对象，取速度 v 的方向为正方向，由动量定理得

$$-F\Delta t = 0 - mv$$

联立，代入数据得

$$F = 500\text{N}$$

(2) 若释放鸟蛤的初速度为 $v_1 = 15\text{m/s}$ ，设击中岩石左端时，释放点的 x 坐标为 x_1 ，击中右端时，释放点的 x 坐标为 x_2 ，得

$$x_1 = v_1 t, \quad x_2 = x_1 + L$$

联立，代入数据得

$$x_1 = 30\text{m}, \quad x_2 = 36\text{m}$$

若释放鸟蛤时的初速度为 $v_2 = 17\text{m/s}$ ，设击中岩石左端时，释放点的 x 坐标为 x_1' ，击中右端时，释放点的 x 坐标为 x_2' ，得

$$x_1' = v_2 t, \quad x_2' = x_1' + L$$

联立，代入数据得

$$x_1' = 34\text{m}, x_2' = 40\text{m}$$

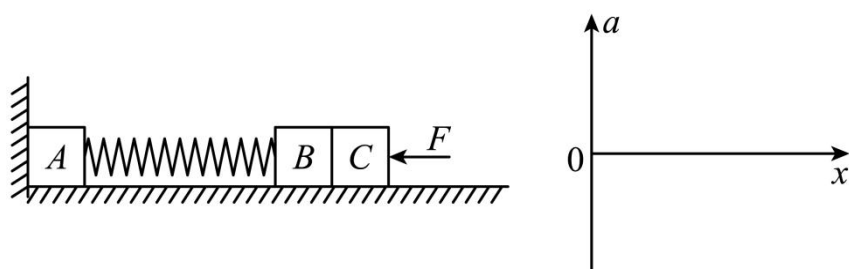
综上得 x 坐标区间

$$[34\text{m}, 36\text{m}] \text{ 或 } (34\text{m}, 36\text{m})$$

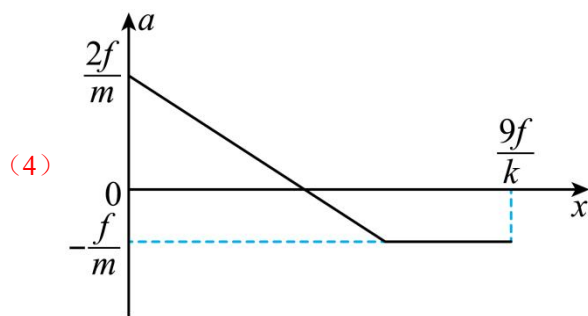
21.2021 山东卷第 18 题.

如图所示，三个质量均为 m 的小物块 A、B、C，放置在水平地面上，A 紧靠竖直墙壁，一劲度系数为 k 的轻弹簧将 A、B 连接，C 紧靠 B，开始时弹簧处于原长，A、B、C 均静止。现给 C 施加一水平向左、大小为 F 的恒力，使 B、C 一起向左运动，当速度为零时，立即撤去恒力，一段时间后 A 离开墙壁，最终三物块都停止运动。已知 A、B、C 与地面间的滑动摩擦力大小均为 f ，最大静摩擦力等于滑动摩擦力，弹簧始终在弹性限度内。（弹簧的弹性势能可表示为： $E_p = \frac{1}{2}kx^2$ ， k 为弹簧的劲度系数， x 为弹簧的形变量）

- (1) 求 B、C 向左移动的最大距离 x_0 和 B、C 分离时 B 的动能 E_k ；
- (2) 为保证 A 能离开墙壁，求恒力的最小值 $F_{\min}$ ；
- (3) 若三物块都停止时 B、C 间的距离为 x_{BC} ，从 B、C 分离到 B 停止运动的整个过程，B 克服弹簧弹力做的功为 W ，通过推导比较 W 与 fx_{BC} 的大小；
- (4) 若 $F = 5f$ ，请在所给坐标系中，画出 C 向右运动过程中加速度 a 随位移 x 变化的图像，并在坐标轴上标出开始运动和停止运动时的 a 、 x 值（用 f 、 k 、 m 表示），不要求推导过程。以撤去 F 时 C 的位置为坐标原点，水平向右为正方向。



【答案】(1) $x_0 = \frac{2F - 4f}{k}$ 、 $E_k = \frac{F^2 - 6fF + 8f^2}{k}$ ；(2) $F_{\min} = (3 + \frac{\sqrt{10}}{2})f$ ；(3) $W < fx_{BC}$ ；



【解析】(1) 从开始到 B、C 向左移动到最大距离的过程中，以 B、C 和弹簧为研究对象，由功能关系得

$$Fx_0 = 2fx_0 + \frac{1}{2}kx_0^2$$

弹簧恢复原长时 B、C 分离，从弹簧最短到 B、C 分离，以 B、C 和弹簧为研究对象，由能量守恒得

$$\frac{1}{2}kx_0^2 = 2fx_0 + 2E_k$$

联立方程解得

$$x_0 = \frac{2F - 4f}{k}$$

$$E_k = \frac{F^2 - 6fF + 8f^2}{k}$$

(2) 当 A 刚要离开墙时，设弹簧得伸长量为 x ，以 A 为研究对象，由平衡条件得

$$kx = f$$

若 A 刚要离开墙壁时 B 得速度恰好等于零，这种情况下恒力为最小值 $F_{\min}$ ，从弹簧恢复原长到 A 刚要离开墙得过程中，以 B 和弹簧为研究对象，由能量守恒得

$$E_k = \frac{1}{2}kx^2 + fx$$

结合第 (1) 问结果可知

$$F_{\min} = (3 \pm \frac{\sqrt{10}}{2})f$$

根据题意舍去 $F_{\min} = (3 - \frac{\sqrt{10}}{2})f$ ，所以恒力得最小值为

$$F_{\min} = (3 + \frac{\sqrt{10}}{2})f$$

(3) 从 B、C 分离到 B 停止运动，设 B 的路程为 x_B ，C 的位移为 x_C ，以 B 为研究对象，由动能定理得

$$-W - fx_B = 0 - E_k$$

以 C 为研究对象，由动能定理得

$$-fx_C = 0 - E_k$$

由 B、C 得运动关系得

$$x_B > x_C - x_{BC}$$

联立可知

$$W < fx_{BC}$$

(4) 小物块 B、C 向左运动过程中，由动能定理得

$$5fx_1 - 2fx_1 - \frac{1}{2}kx_1^2 = 0$$

解得撤去恒力瞬间弹簧弹力为

$$kx_1 = 6f$$

则坐标原点的加速度为

$$a_1 = \frac{kx_1 - 2f}{2m} = \frac{6f - 2f}{2m} = \frac{2f}{m}$$

之后 C 开始向右运动过程 (B、C 系统未脱离弹簧) 加速度为

$$a = \frac{kx - 2f}{2m}$$

可知加速度随位移 x 为线性关系，随着弹簧逐渐恢复原长， x 减小， a 减小，弹簧恢复原长时，B 和 C 分离，之后 C 只受地面的滑动摩擦力，加速度为

$$a_2 = -\frac{f}{m}$$

负号表示 C 的加速度方向水平向左；从撤去恒力之后到弹簧恢复原长，以 B、C 为研究对象，由动能定理得

$$\frac{1}{2}kx_1^2 - 2fx_1 = \frac{1}{2} \cdot 2mv^2$$

脱离弹簧瞬间后 C 速度为 v ，之后 C 受到滑动摩擦力减速至 0，由能量守恒得

$$fx_2 = \frac{1}{2}mv^2$$

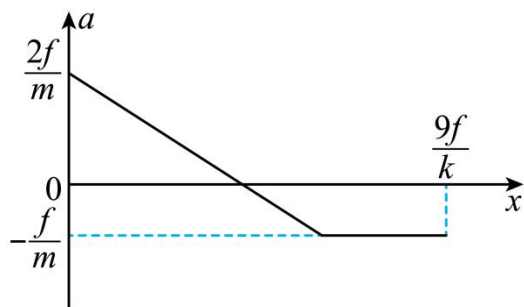
解得脱离弹簧后，C 运动的距离为

$$x_2 = \frac{1}{2}x_1$$

则 C 最后停止的位移为

$$x_1 + x_2 = \frac{3}{2}x_1 = \frac{3}{2} \cdot \frac{6f}{k} = \frac{9f}{k}$$

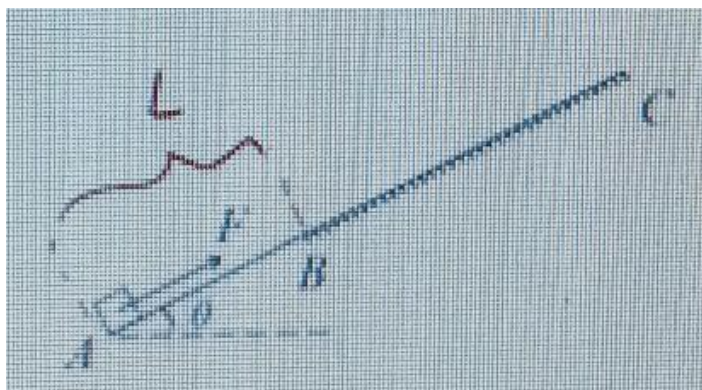
所以 C 向右运动的图象为



22.2021 年上海高考等级考第 19 题、(14 分)

如图，在倾角为 θ 的斜面 ABC 上，AB 光滑且长为 L，BC 段粗糙(摩擦因数恒定)且足够长。一质量为 m 的物体在平行于斜面的力 F 作用下，从静止开始运动，AB 段做匀加速直线运动，经过 t_0 到达 B 点。重力加速度为 g，求：

- (1) AB 段的拉力 F 的大小；
- (2) 物体运动到 B 点时拉力的功率 P_B ；
- (3) 若 BC 段拉力的功率恒为 P_B ，且物体做减速运动，定性画出物体由 A 运动到 C 的 v-t 图像。



【答案】(1) $F = mg\sin\theta + m\frac{2L}{t_0^2}$ (2) $P_B = \frac{2mgL\sin\theta}{t_0} + \frac{4mL^2}{t_0^3}$ (3) 见最后图

【解析】

$$(1) \quad F - mg\sin\theta = ma_1$$

$$L = \frac{1}{2}a_1t_0^2$$

$$\text{解得 } F = mg\sin\theta + m\frac{2L}{t_0^2}$$

$$(2) \quad P_B = Fv_B$$

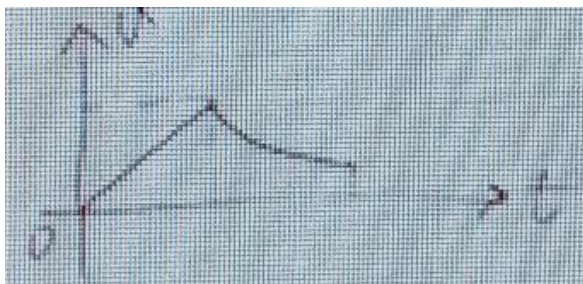
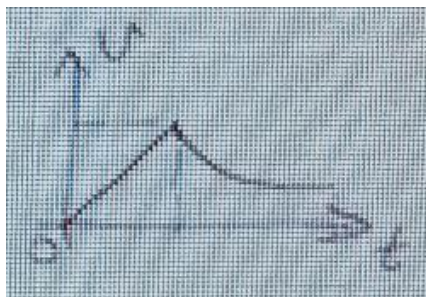
$$v_B = a_1t_0$$

$$\text{代入得 } P_B = \frac{2mgL\sin\theta}{t_0} + \frac{4mL^2}{t_0^3}$$

$$(3) \quad mg\sin\theta + \mu mg\cos\theta - \frac{P_B}{v'} = ma$$

所以加速度的大小 a 随 v' 的减小而减小，物体做加速度减小的减速运动。

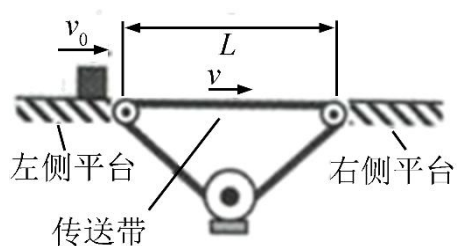
图像如下：两种可能：左图物体最后做匀速运动，右图物体一直减速运动到 C。



23.2020 全国 3 卷第 12 题

12.如图，相距 $L=11.5\text{m}$ 的两平台位于同一水平面内，二者之间用传送带相接。传送带向右匀速运动，其速度的大小 v 可以由驱动系统根据需要设定。质量 $m=10\text{ kg}$ 的载物箱（可视为质点），以初速度 $v_0=5.0\text{ m/s}$ 自左侧平台滑上传送带。载物箱与传送带间的动摩擦因数 $\mu=0.10$ ，重力加速度取 $g=10\text{m/s}^2$ 。

- (1)若 $v=4.0\text{ m/s}$ ，求载物箱通过传送带所需的时间；
- (2)求载物箱到达右侧平台时所能达到的最大速度和最小速度；
- (3)若 $v=6.0\text{m/s}$ ，载物箱滑上传送带 $\Delta t=\frac{13}{12}\text{s}$ 后，传送带速度突然变为零。求载物箱从左侧平台向右侧平台运动的过程中，传送带对它的冲量。



【答案】(1) 2.75s ；(2) $v_1=\sqrt{2}\text{m/s}$ ， $v_2=4\sqrt{2}\text{m/s}$ ；(3) 0

【解析】(1)传送带的速度为 $v=4.0\text{m/s}$ 时，载物箱在传送带上先做匀减速运动，设其加速度为 a ，由牛顿第二定律有： $\mu mg=ma$ ①

设载物箱滑上传送带后匀减速运动的距离为 x_1 ，由运动学公式有 $v^2-v_0^2=-2ax_1$ ②

联立①②式，代入题给数据得 $x_1=4.5\text{m}$ ；③

因此，载物箱在到达右侧平台前，速度先减小至 v ，然后开始做匀速运动，设载物箱从滑上传送带到离开传送带所用的时间为 t_1 ，做匀减速运动所用的时间为 t_2 ，由运动学公式有

$$v = v_0 - at_2 \quad (4)$$

$$t_1 = t_2 + \frac{L - x_1}{v} \quad (5)$$

联立①③④⑤式并代入题给数据有 $t_1 = 2.75\text{s}$ ；⑥

(2)当载物箱滑上传送带后一直做匀减速运动时，到达右侧平台时的速度最小，设为 v_1 ，当载物箱滑上传送带后一直做匀加速运动时，到达右侧平台时的速度最大，设为 v_2 。由动能定理有

$$-\mu mgL = \frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 \quad (7)$$

$$\mu mgL = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 \quad (8)$$

由⑦⑧式并代入题给条件得 $v_1 = \sqrt{2}\text{m/s}$ ， $v_2 = 4\sqrt{2}\text{m/s}$ ⑨

(3)传送带的速度为 $v = 6.0\text{m/s}$ 时，由于 $v_0 < v < v_2$ ，载物箱先做匀加速运动，加速度大小仍 a 。设载物箱做匀加速运动通过的距离为 x_2 ，所用时间为 t_3 ，由运动学公式有

$$v = v_0 + at_3 \quad (10)$$

$$v^2 - v_0^2 = 2ax_2 \quad (11)$$

联立①⑩⑪式并代入题给数据得 $t_3 = 1.0\text{s}$ ⑫ $x_2 = 5.5\text{m}$ ⑬

因此载物箱加速运动 1.0s 、向右运动 5.5m 时，达到与传送带相同的速度。此后载物箱与传送带共同匀速运动 $(\Delta t - t_3)$ 的时间后，传送带突然停止，设载物箱匀速运动通过的距离为

x_3 有 $x_3 = v(\Delta t - t_3)$ ⑭

由①⑫⑬⑭式可知 $\frac{1}{2}mv^2 > \mu mg(L - x_2 - x_3)$

即载物箱运动到右侧平台时速度大于零，设为 v_3 ，由运动学公式有，

$$v_3^2 - v^2 = -2a(L - x_2 - x_3) \quad (15)$$

设载物箱通过传送带的过程中，传送带对它的冲量为 I ，由动量定理有 $I = m(v_3 - v_0)$

代题给数据得 $I = 0$ 。

24.2020 天津卷第 12 题

12. 长为 l 的轻绳上端固定，下端系着质量为 m_1 的小球 A ，处于静止状态。 A 受到一个水平瞬时冲量后在竖直平面内做圆周运动，恰好能通过圆周轨迹的最高点。当 A 回到最低点时，质量为 m_2 的小球 B 与之迎面正碰，碰后 A 、 B 粘在一起，仍做圆周运动，并能通过圆周轨迹的最高点。不计空气阻力，重力加速度为 g ，求

(1) A 受到的水平瞬时冲量 I 的大小；

(2) 碰撞前瞬间 B 的动能 E_k 至少多大？

【答案】(1) $I = m_1 \sqrt{5gl}$ ；(2) $E_k = \frac{5gl(2m_1 + m_2)^2}{2m_2}$

【解析】(1) A 恰好能通过圆周轨迹的最高点，此时轻绳的拉力刚好为零，设 A 在最高点时

的速度大小为 v ，由牛顿第二定律，有 $m_1 g = m_1 \frac{v^2}{l}$ ①

A 从最低点到最高点的过程中机械能守恒，取轨迹最低点处重力势能为零，设 A 在最低点的

速度大小为 v_A ，有 $\frac{1}{2} m_1 v_A^2 = \frac{1}{2} m_1 v^2 + 2m_1 gl$ ②

由动量定理，有 $I = m_1 v_A$ ③

联立①②③式，得 $I = m_1 \sqrt{5gl}$ ④

(2) 设两球粘在一起时速度大小为 v' ， A 、 B 粘在一起后恰能通过圆周轨迹的最高点，需满足

$$v' = v_A \quad ⑤$$

要达到上述条件，碰后两球速度方向必须与碰前 B 的速度方向相同，以此方向为正方向，

设 B 碰前瞬间的速度大小为 v_B ，由动量守恒定律，有 $m_2 v_B - m_1 v_A = (m_1 + m_2) v'$ ⑥

又 $E_k = \frac{1}{2} m_2 v_B^2$ ⑦

联立①②⑤⑥⑦式，得碰撞前瞬间 B 的动能 E_k 至少为 $E_k = \frac{5gl(2m_1 + m_2)^2}{2m_2}$ ⑧

25.2020 山东卷第 18 题

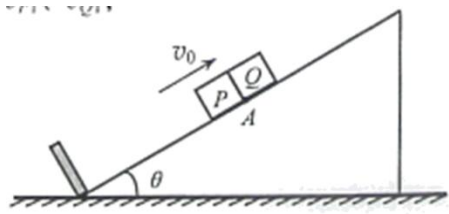
18. 如图所示, 一倾角为 θ 的固定斜面的底端安装一弹性挡板, P、Q 两物块的质量分别为 m 和 $4m$, Q 静止于斜面上 A 处。某时刻, P 以沿斜面向上的速度 v_0 与 Q 发生弹性碰撞。Q 与斜面间的动摩擦因数等于 $\tan \theta$, 设最大静摩擦力等于滑动摩擦力。P 与斜面间无摩擦, 与挡板之间的碰撞无动能损失。两物块均可以看作质点, 斜面足够长, Q 的速度减为零之前 P 不会与之发生碰撞。重力加速度大小为 g 。

(1) 求 P 与 Q 第一次碰撞后瞬间各自的速度大小 v_{P1} 、 v_{Q1} ;

(2) 求第 n 次碰撞使物块 Q 上升的高度 h_n ;

(3) 求物块 Q 从 A 点上升的总高度 H ;

(4) 为保证在 Q 的速度减为零之前 P 不会与之发生碰撞, 求 A 点与挡板之间的最小距离 s 。



【答案】(1) P 的速度大小为 $\frac{3}{5}v_0$, Q 的速度大小为 $\frac{2}{5}v_0$; (2) $h_n = (\frac{7}{25})^{n-1} \cdot \frac{v_0^2}{25g}$ ($n=1, 2, 3, \dots$);

$$(3) H = \frac{v_0^2}{18g}; (4) s = \frac{(8\sqrt{7}-13)v_0^2}{200g \sin \theta}$$

【解析】(1) P 与 Q 的第一次碰撞, 取 P 的初速度方向为正方向, 由动量守恒定律得

$$mv_0 = mv_{P1} + 4mv_{Q1} \quad (1)$$

由机械能守恒定律得 $\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv_{P1}^2 + \frac{1}{2} \cdot 4mv_{Q1}^2 \quad (2)$

联立①②式得 $v_{P1} = -\frac{3}{5}v_0 \quad (3) \quad v_{Q1} = \frac{2}{5}v_0 \quad (4)$

故第一次碰撞后 P 的速度大小为 $\frac{3}{5}v_0$, Q 的速度大小为 $\frac{2}{5}v_0$

(2) 设第一次碰撞后 Q 上升的高度为 h_1 , 对 Q 由运动学公式得 $0 - v_{Q1}^2 = 2 \cdot (-2g \sin \theta) \cdot \frac{h_1}{\sin \theta}$

⑤

联立①②⑤式得 $h_1 = \frac{v_0^2}{25g} \quad (6)$

设 P 运动至与 Q 刚要发生第二次碰撞前的位置时速度为 v_{02} ，第一次碰后至第二次碰前，对 P 由动能定理得

$$\frac{1}{2}mv_{02}^2 - \frac{1}{2}mv_{P1}^2 = -mgh_1 \quad (7)$$

$$\text{联立①②⑤⑦式得 } v_{02} = \frac{\sqrt{7}}{5}v_0 \quad (8)$$

P 与 Q 的第二次碰撞，设碰后 P 与 Q 的速度分别为 v_{P2} 、 v_{Q2} ，由动量守恒定律得

$$mv_{02} = mv_{P2} + 4mv_{Q2} \quad (9)$$

$$\text{由机械能守恒定律得 } \frac{1}{2}mv_{02}^2 = \frac{1}{2}mv_{P2}^2 + \frac{1}{2} \cdot 4mv_{Q2}^2 \quad (10)$$

$$\text{联立①②⑤⑦⑨⑩式得 } v_{P2} = -\frac{3}{5} \times \frac{\sqrt{7}}{5}v_0 \quad (11)$$

$$v_{Q2} = \frac{2}{5} \times \frac{\sqrt{7}}{5}v_0 \quad (12)$$

设第二次碰撞后 Q 上升的高度为 h_2 ，对 Q 由运动学公式得 $0 - v_{Q2}^2 = 2 \cdot (-2g \sin \theta) \cdot \frac{h_2}{\sin \theta}$

(13)

$$\text{联立①②⑤⑦⑨⑩⑬式得 } h_2 = \frac{7}{25} \cdot \frac{v_0^2}{25g} \quad (14)$$

设 P 运动至与 Q 刚要发生第三次碰撞前的位置时速度为 v_{03} ，第二次碰后至第三次碰前，对 P 由动能定理得

$$\frac{1}{2}mv_{03}^2 - \frac{1}{2}mv_{P2}^2 = -mgh_2 \quad (15)$$

$$\text{联立①②⑤⑦⑨⑩⑬⑮式得 } v_{03} = \left(\frac{\sqrt{7}}{5}\right)^2 v_0 \quad (16)$$

P 与 Q 的第三次碰撞，设碰后 P 与 Q 的速度分别为 v_{P3} 、 v_{Q3} ，

$$\text{由动量守恒定律得 } mv_{03} = mv_{P3} + 4mv_{Q3} \quad (17)$$

$$\text{由机械能守恒定律得 } \frac{1}{2}mv_{03}^2 = \frac{1}{2}mv_{P3}^2 + \frac{1}{2} \cdot 4mv_{Q3}^2 \quad (18)$$

$$\text{联立①②⑤⑦⑨⑩⑬⑮⑰⑱式得 } v_{P3} = -\frac{3}{5} \times \left(\frac{\sqrt{7}}{5}\right)^2 v_0 \quad (19)$$

$$v_{Q3} = \frac{2}{5} \times \left(\frac{\sqrt{7}}{5}\right)^2 v_0 \quad (20)$$

设第三次碰撞后 Q 上升的高度为 h_3 ，对 Q 由运动学公式⑩得 $0 - v_{Q3}^2 = 2 \cdot (-2g \sin \theta) \cdot \frac{h_3}{\sin \theta}$

(21)

$$\text{联立①②⑤⑦⑨⑩⑬⑮⑰⑱㉑式得 } h_3 = \left(\frac{7}{25}\right)^2 \cdot \frac{v_0^2}{25g} \quad (22)$$

总结可知，第 n 次碰撞后，物块 Q 上升的高度为

$$h_n = \left(\frac{7}{25}\right)^{n-1} \cdot \frac{v_0^2}{25g} \quad (n=1, 2, 3, \dots) \quad (23)$$

(3)当 P 、 Q 达到 H 时，两物块到此处的速度可视为零，对两物块运动全过程由动能定理得

$$0 - \frac{1}{2}mv_0^2 = -(m+4m)gH - \tan \theta \cdot 4mg \cos \theta \cdot \frac{H}{\sin \theta} \quad (24)$$

$$\text{解得 } H = \frac{v_0^2}{18g} \quad (25)$$

(4)设 Q 第一次碰撞至速度减为零需要的时间为 t_1 ，由运动学公式得 $v_{Q1} = 2gt_1 \sin \theta$

(26)

设 P 运动到斜面底端时的速度为 v_{P1}' ，需要的时间为 t_2 ，由运动学公式得

$$v_{P1}' = v_{P1} + gt_2 \sin \theta \quad (27)$$

$$v_{P1}'^2 - v_{P1}^2 = 2sg \sin \theta \quad (28)$$

设 P 从 A 点到 Q 第一次碰后速度减为零处匀减速运动的时间为 t_3 $v_{02} = (-v_{P1}) - gt_3 \sin \theta$

(29)

当 A 点与挡板之间的距离最小时 $t_1 = 2t_2 + t_3$ (30)

$$\text{联立②⑥⑦⑧⑨⑩⑬式，代入数据得 } s = \frac{(8\sqrt{7}-13)v_0^2}{200g \sin \theta} \quad (31)$$

26.2020 上海等级考第 20 题

20、(15 分)足够长的斜面与水平之间的倾角为 37° 。质量为 2kg 物体静止在斜面底端。在平行于斜面向上的外力 $F=24\text{N}$ 的作用下沿斜面向上运动，经过 2s 后撤去外力 F 。物体与斜面间的滑动摩擦系数为 0.5 ，且最大静摩擦力可近似等于滑动摩擦力。求：

(1) 物体在斜面上向上滑行的时间。

(2) 求上行过程中撤去 F 前后物块受到的摩擦力做功之比 k 。

(3) 在 $S-t$ 图像中画出减速阶段的图线。($t=0$ 时，物体在 $S=0$ 处)

(4) 分析说明为什么物块动能与势能相等的位置仅出现在物体沿斜面下滑的过程中，并求出该位置离斜面底端的距离 L 。(取斜面底端为零势能面)

【解析】

(1) 加速运动阶段 $F - mg \sin \theta - \mu mg \cos \theta = ma_1$ ，代入数据解得 $a_1 = 2m/s^2$

末速度 $v_1 = a_1 t_1 = 4m/s$

减速运动阶段（撤去 F 后）， $-mg \sin \theta - \mu mg \cos \theta = ma_2$ ，代入数据解得 $a_2 = -10m/s^2$

时间 $t_2 = \frac{0 - v_1}{a_2} = 0.4s$

物体在斜面上向上滑行的时间 $t = t_1 + t_2 = 2.4s$

(2) 上行过程中撤去 F 前物块受到的摩擦力做功 $W_{f1} = \mu mg \cos \theta \cdot x_1$

其中 $x_1 = \frac{1}{2} a_1 t_1^2 = 4m$

上行过程中撤去 F 后物块受到的摩擦力做功 $W_{f2} = \mu mg \cos \theta \cdot x_2$

其中 $x_2 = \frac{1}{2} a_2 t_2^2 = 0.8m$ 或 $x_2 = \frac{v_1^2}{2a_2} = 0.8m$

所以上行过程中撤去 F 前后物块受到的摩擦力做功之比 $k=5$ 。

(4) 设在物体沿斜面上滑的过程中，动能与势能相等的位置离斜面底墙的距离为 L。

①加速上滑阶段

$$E_p = mgL \sin \theta$$

$E_k = \frac{1}{2} mv^2 = ma_1 L$ ，令 $E_p = E_k$ ，代入数据得 $12L=4L$ ，无解。

②减速上滑阶段

$$E_p = mgL \sin \theta$$

$E_k = \frac{1}{2} mv_1^2 + ma_2(L - x_1)$ ，令 $E_p = E_k$ ，代入数据解得 $L=8m$ ，大于总位移 $2.4m$ ，不符合

实际。

所以物块动能与势能相等的位置不会出现在物体沿斜面上滑的过程中，即仅出现在物体沿斜面下滑的过程中。

③在物体沿斜面下滑的过程中，动能与势能相等的位置离斜面底墙的距离 L。

动能定理: $(mg \sin \theta - \mu mg \cos \theta) \cdot (x + x - L) = E_k - 0$

重力势能: $E_p = mgL \sin \theta$

令 $E_p = E_k$, 代入数据解得 $L=1.2\text{m}$.

[考察知识]力学综合,

[核心素养]科学思维

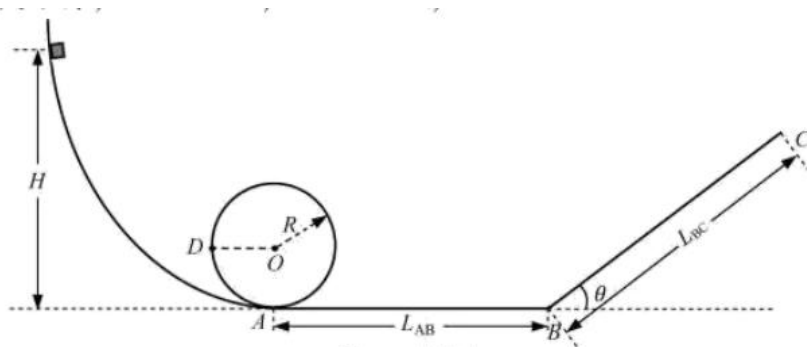
27.2020 浙江第 21 题

21.小明将如图所示的装置放在水平地面上,该装置由弧形轨道、竖直圆轨道、水平直轨道 AB 和倾角 $\theta = 37^\circ$ 的斜轨道 BC 平滑连接而成。质量 $m = 0.1\text{kg}$ 的小滑块从弧形轨道离地高 $H = 1.0\text{m}$ 处静止释放。已知 $R = 0.2\text{m}$, $L_{AB} = L_{BC} = 1.0\text{m}$, 滑块与轨道 AB 和 BC 间的动摩擦因数均为 $\mu = 0.25$, 弧形轨道和圆轨道均可视为光滑, 忽略空气阻力。

(1)求滑块运动到与圆心 O 等高的 D 点时对轨道的压力;

(2)通过计算判断滑块能否冲出斜轨道的末端 C 点;

(3)若滑下的滑块与静止在水平直轨道上距 A 点 x 处的质量为 $2m$ 的小滑块相碰, 碰后一起运动, 动摩擦因数仍为 0.25 , 求它们在轨道 BC 上到达的高度 h 与 x 之间的关系。(碰撞时间不计, $\sin 37^\circ = 0.6$, $\cos 37^\circ = 0.8$)



【答案】(1)8N, 方向水平向左; (2)不会冲出; (3) $h = \frac{1}{6}x - \frac{5}{48}$ ($\frac{5}{8}\text{m} < x \leq 1\text{m}$); $h = 0$ ($0 \leq x \leq \frac{5}{8}\text{m}$)

【解析】(1)机械能守恒定律 $mgH = mgR + \frac{1}{2}mv_D^2$

牛顿第二定律 $F_N = \frac{mv_D^2}{R} = 8\text{N}$

牛顿第三定律 $F'_N = F_N = 8\text{N}$ ，方向水平向左

(2)能在斜轨道上到达的最高点为 C' 点，功能关系

$$mgH = \mu mgL_{AB} + \mu mgL_{BC'} \cos \theta + mgL_{BC'} \sin \theta$$

得 $L_{BC'} = \frac{15}{16}\text{m} < 1.0\text{m}$ ，故不会冲出

(3)滑块运动到距 A 点 x 处的速度为 v ，动能定理 $mgH - \mu mgx = \frac{1}{2}mv^2$

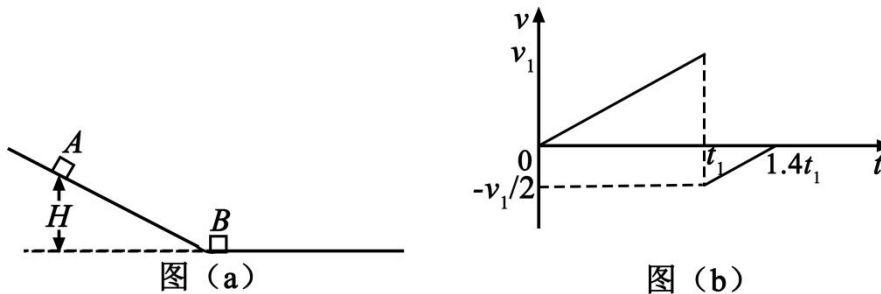
碰撞后的速度为 v' ，动量守恒定律 $mv = 3mv'$

设碰撞后滑块滑到斜轨道的高度为 h ，动能定理

$$-3\mu mg(L_{AB} - x) - 3\mu mg \frac{h}{\tan \theta} - 3mgh = 0 - \frac{1}{2}(3m)v'^2$$

得 $h = \frac{1}{6}x - \frac{5}{48}\left[\frac{5}{8}m < x < 1m\right]$ ，

28. 2019年全国1卷25题. (20分) 竖直面内一倾斜轨道与一足够长的水平轨道通过一小段光滑圆弧平滑连接，小物块 B 静止于水平轨道的最左端，如图 (a) 所示。 $t=0$ 时刻，小物块 A 在倾斜轨道上从静止开始下滑，一段时间后与 B 发生弹性碰撞 (碰撞时间极短)；当 A 返回到倾斜轨道上的 P 点 (图中未标出) 时，速度减为 0，此时对其施加一外力，使其在倾斜轨道上保持静止。物块 A 运动的 $v-t$ 图像如图 (b) 所示，图中的 v_1 和 t_1 均为未知量。已知 A 的质量为 m ，初始时 A 与 B 的高度差为 H ，重力加速度大小为 g ，不计空气阻力。



- (1) 求物块 B 的质量；
- (2) 在图 (b) 所描述的整个运动过程中，求物块 A 克服摩擦力所做的功；
- (3) 已知两物块与轨道间的动摩擦因数均相等，在物块 B 停止运动后，改变物块与轨

道间的动摩擦因数，然后将 A 从 P 点释放，一段时间后 A 刚好能与 B 再次碰上。求改变前后动摩擦因数的比值。

【答案】25. (1) 根据图 (b)， v_1 为物块 A 在碰撞前瞬间速度的大小， $\frac{v_1}{2}$ 为其碰撞后瞬间速度的大小。设物块 B 的质量为 m' ，碰撞后瞬间的速度大小为 v' ，由动量守恒定律和机械能守恒定律有

$$mv_1 = m(-\frac{v_1}{2}) + m'v' \quad ①$$

$$\frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}m(-\frac{v_1}{2})^2 + m'v'^2 \quad ② \quad \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}m(-\frac{v_1}{2})^2 + \frac{1}{2}m'v'^2$$

$$\text{联立①②式得 } m' = 3m \quad ③$$

【解析】方程组解的过程，移项得

$$\frac{3}{2}mv_1 = m'v'$$

$$\frac{3}{8}mv_1^2 = \frac{1}{2}m'v'^2$$

$$\text{下式除以上式得 } v' = \frac{1}{2}v_1, \text{ 代入以上任一式得 } m' = 3m$$

(2) 在图 (b) 所描述的运动中，设物块 A 与轨道间的滑动摩擦力大小为 f ，下滑过程中所走过的路程为 s_1 ，返回过程中所走过的路程为 s_2 ， P 点的高度为 h ，整个过程中克服摩擦力所做的功为 W ，由动能定理有 $mgH - fs_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 - 0 \quad ④$

$$-(fs_2 + mgh) = 0 - \frac{1}{2}m(-\frac{v_1}{2})^2 \quad ⑤$$

$$\text{从图 (b) 所给的 } v-t \text{ 图线可得 } s_1 = \frac{1}{2}v_1t_1 \quad ⑥$$

$$s_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{v_1}{2} \cdot (1.4t_1 - t_1) \quad ⑦$$

$$\text{由几何关系 } \frac{s_2}{s_1} = \frac{h}{H} \quad ⑧$$

$$\text{物块 } A \text{ 在整个过程中克服摩擦力所做的功为 } W = fs_1 + fs_2 \quad ⑨$$

$$\text{联立④⑤⑥⑦⑧⑨式可得 } W = \frac{2}{15}mgH \quad ⑩$$

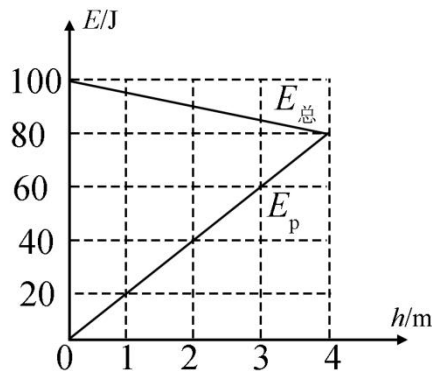
(3) 设倾斜轨道倾角为 θ ，物块与轨道间的动摩擦因数在改变前为 μ ，有 $W = \mu mg \cos \theta \frac{H+h}{\sin \theta} \quad \text{B}$

设物块 B 在水平轨道上能够滑行的距离为 s' ，由动能定理有 $-\mu m'gs' = 0 - \frac{1}{2}m'v'^2$ **12**

设改变后的动摩擦因数为 μ' ，由动能定理有 $mgh - \mu'mg \cos\theta \cdot \frac{h}{\sin\theta} - \mu'mgs' = 0$ **13**

联立①③④⑤⑥⑦⑧⑩**11 12 13**式可得 $\frac{\mu}{\mu'} = \frac{11}{9}$ **14**

29. 2019 全国 2 卷 18 题. 从地面竖直向上抛出一物体，其机械能 $E_{\text{总}}$ 等于动能 E_k 与重力势能 E_p 之和。取地面为重力势能零点，该物体的 $E_{\text{总}}$ 和 E_p 随它离开地面的高度 h 的变化如图所示。重力加速度取 10 m/s^2 。由图中数据可得



- A. 物体的质量为 2 kg
- B. $h=0$ 时，物体的速率为 20 m/s
- C. $h=2 \text{ m}$ 时，物体的动能 $E_k=40 \text{ J}$
- D. 从地面至 $h=4 \text{ m}$ ，物体的动能减少 100 J

【答案】18. AD

【解析】 从地面至 $h=4 \text{ m}$, $\Delta E_p = 80 \text{ J}$,又 $\Delta E_p = mgh$, 得 $m = \frac{80}{10 \times 4} \text{ kg} = 2 \text{ kg}$, **A 正确。**

从地面至 $h=4 \text{ m}$, $\Delta E_{\text{总}} = -20 \text{ J}$, $\Delta E_p = 80 \text{ J}$, 因为 $\Delta E_{\text{总}} = \Delta E_k + \Delta E_p$, 所以 $\Delta E_k = -100 \text{ J}$,
即减少 100 J , **D 正确。**

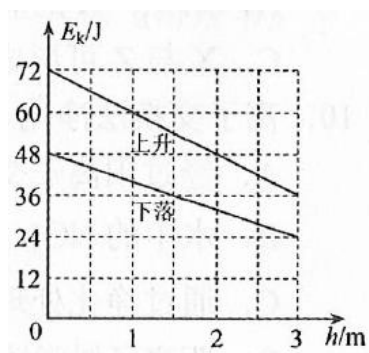
$h=0$ 时, $E_k = 100 \text{ J}$, 所以物体的速率为 $v = \sqrt{\frac{2E_k}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 100}{2}} = 10 \text{ m/s}$, **B 错误；**

$h=2 \text{ m}$ 时, 物体的动能 $E_k = E_{\text{总}} - E_p = 80 - 40 = 40 \text{ J}$, **C 错误。**

所以答案为 **AD**。

30. 2019 年全国 3 卷 17 题. 从地面竖直向上抛出一物体，物体在运动过程中除受到重力外，还受到一大小不变、方向始终与运动方向相反的外力作用。距地面高度 h 在 3 m 以内时，

物体上升、下落过程中动能 E_k 随 h 的变化如图所示。重力加速度取 10 m/s^2 。该物体的质量为



A. 2 kg B. 1.5 kg C. 1 kg D. 0.5 kg

【答案】17. C

【解析】设上升时加速度为 a_1 ，下落时加速度为 a_2 ，外力为 f ，则 $a_1=g+f/m$ ， $a_2=g-f/m$

根据动能定理，上升过程 $-ma_1h = \Delta E_k = 36J - 72J = -36J$

下落过程， $-ma_2h = \Delta E_{k2} = 48J - 24J = 24J$

代入数据，解得 $m=1\text{kg}$ 。

31. 2019年全国3卷25题. (20分)

静止在水平地面上的两小物块 A 、 B ，质量分别为 $m_A=1.0\text{ kg}$ ， $m_B=4.0\text{ kg}$ ；两者之间有一被压缩的微型弹簧， A 与其右侧的竖直墙壁距离 $l=1.0\text{m}$ ，如图所示。某时刻，将压缩的微型弹簧释放，使 A 、 B 瞬间分离，两物块获得的动能之和为 $E_k=10.0\text{ J}$ 。释放后， A 沿着与墙壁垂直的方向向右运动。 A 、 B 与地面之间的动摩擦因数均为 $\mu=0.20$ 。重力加速度取 $g=10\text{ m/s}^2$ 。 A 、 B 运动过程中所涉及的碰撞均为弹性碰撞且碰撞时间极短。

(1) 求弹簧释放后瞬间 A 、 B 速度的大小；

(2) 物块 A 、 B 中的哪一个先停止？该物块刚停止时 A 与 B 之间的距离是多少？

(3) A 和 B 都停止后， A 与 B 之间的距离是多少？

【答案】25.

(1) 设弹簧释放瞬间 A 和 B 的速度大小分别为 v_A 、 v_B ，以向右为正，由动量守恒定律和题给条件有

$$0 = m_A v_A - m_B v_B \quad ①$$

$$E_k = \frac{1}{2} m_A v_A^2 + \frac{1}{2} m_B v_B^2 \quad ②$$

联立①②式并代入题给数据得

$$v_A=4.0 \text{ m/s}, v_B=1.0 \text{ m/s}$$

(2) A 、 B 两物块与地面间的动摩擦因数相等，因而两者滑动时加速度大小相等，设为 a 。假设 A 和 B 发生碰撞前，已经有一个物块停止，此物块应为弹簧释放后速度较小的 B 。设从弹簧释放到 B 停止所需时间为 t ， B 向左运动的路程为 s_B ，则有

$$m_B a = \mu m_B g$$

$$\textcircled{4} a = \mu g = 2 \text{ m/s}^2$$

$$s_B = v_B t - \frac{1}{2} a t^2$$

$$\textcircled{5} s_B = 1 \times 0.5 - 2 \times 0.5^2 / 2 = 0.25$$

$$v_B - at = 0$$

$$\textcircled{6} t = v_B / a = 0.5 \text{ s}$$

在时间 t 内， A 可能与墙发生弹性碰撞，碰撞后 A 将向左运动，碰撞并不改变 A 的速度大小，所以无论此碰撞是否发生， A 在时间 t 内的路程 s_A 都可表示为

$$s_A = v_A t - \frac{1}{2} a t^2$$

$$\textcircled{7} s_A = 4 \times 0.5 - 2 \times 0.5^2 / 2 = 1.75 \text{ m}$$

联立③④⑤⑥⑦式并代入题给数据得

$$s_A = 1.75 \text{ m}, s_B = 0.25 \text{ m}$$

$$\textcircled{8}$$

这表明在时间 t 内 A 已与墙壁发生碰撞，但没有与 B 发生碰撞，此时 A 位于出发点右边 0.25 m 处。 B 位于出发点左边 0.25 m 处，两物块之间的距离 s 为

$$s = 0.25 \text{ m} + 0.25 \text{ m} = 0.50 \text{ m}$$

$$\textcircled{9}$$

(3) t 时刻后 A 将继续向左运动，假设它能与静止的 B 碰撞，碰撞时速度的大小为 v_A' ，由动能定理有

$$\frac{1}{2} m_A v_A'^2 - \frac{1}{2} m_A v_A^2 = -\mu m_A g (2l + s_B) \quad \textcircled{10} \text{ 或 } v_A' = \sqrt{v_A^2 - 2a(2L + s_B)} = \sqrt{4^2 - 2 \times 2 \div 2.25} = \sqrt{7} \text{ m/s}$$

联立③⑧⑩式并代入题给数据得

$$v_A' = \sqrt{7} \text{ m/s} \quad \text{11}$$

故 A 与 B 将发生碰撞。设碰撞后 A 、 B 的速度分别为 v_A'' 和 v_B'' ，由动量守恒定律与机械能守恒定律有

$$m_A (-v_A') = m_A v_A'' + m_B v_B'' \quad \text{12}$$

$$\frac{1}{2} m_A v_A'^2 = \frac{1}{2} m_A v_A''^2 + \frac{1}{2} m_B v_B''^2 \quad \text{13}$$

$$\text{联立 11 12 13 式并代入题给数据得: } \frac{5}{8} v_A''^2 + \frac{\sqrt{7}}{4} v_A'' - \frac{21}{8} = 0$$

$$v_A'' = \frac{3\sqrt{7}}{5} \text{ m/s}, \quad v_B'' = -\frac{2\sqrt{7}}{5} \text{ m/s} \quad \text{k4}$$

这表明碰撞后 A 将向右运动, B 继续向左运动。设碰撞后 A 向右运动距离为 s_A' 时停止, B 向左运动距离为 s_B' 时停止, 由运动学公式

$$2as_A' = v_A''^2, \quad 2as_B' = v_B''^2 \quad \text{k5}$$

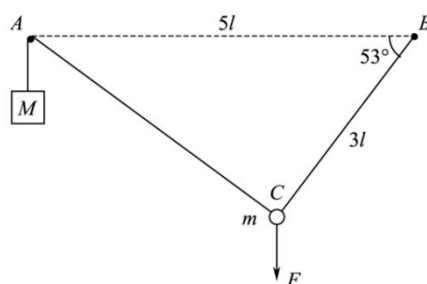
由④ k4 k5 式及题给数据得

$$s_A' = 0.63 \text{ m}, \quad s_B' = 0.28 \text{ m} \quad \text{k6}$$

s_A' 小于碰撞处到墙壁的距离。由上式可得两物块停止后的距离

$$s' = s_A' + s_B' = 0.91 \text{ m} \quad \text{k7}$$

32. 2018 年江苏卷 14 题. (16 分) 如图所示, 钉子 A 、 B 相距 $5l$, 处于同一高度。细线的一端系有质量为 M 的小物块, 另一端绕过 A 固定于 B 。质量为 m 的小球固定在细线上 C 点, B 、 C 间的线长为 $3l$ 。用手竖直向下拉住小球, 使小球和物块都静止, 此时 BC 与水平方向的夹角为 53° 。松手后, 小球运动到与 A 、 B 相同高度时的速度恰好为零, 然后向下运动。忽略一切摩擦, 重力加速度为 g , 取 $\sin 53^\circ = 0.8$, $\cos 53^\circ = 0.6$ 。求:



- (1) 小球受到手的拉力大小 F ;
- (2) 物块和小球的质量之比 $M:m$;
- (3) 小球向下运动到最低点时, 物块 M 所受的拉力大小 T .

【答案】14. (1) 设小球受 AC 、 BC 的拉力分别为 F_1 、 F_2

$$F_1 \sin 53^\circ = F_2 \cos 53^\circ \quad F + mg = F_1 \cos 53^\circ + F_2 \sin 53^\circ \text{ 且 } F_1 = Mg$$

$$\text{解得 } F = \frac{5}{3}Mg - mg$$

(2) 小球运动到与 A 、 B 相同高度过程中

$$\text{小球上升高度 } h_1 = 3l \sin 53^\circ, \text{ 物块下降高度 } h_2 = 2l$$

$$\text{机械能守恒定律 } mgh_1 = Mgh_2$$

$$\text{解得 } \frac{M}{m} = \frac{6}{5}$$

(3) 根据机械能守恒定律，小球回到起始点。设此时 AC 方向的加速度大小为 a ，重物受到的拉力为 T

牛顿运动定律 $Mg - T = Ma$ 小球受 AC 的拉力 $T' = T$

牛顿运动定律 $T' - mg \cos 53^\circ = ma$

$$\text{解得 } T = \frac{8mMg}{5(m+M)} \quad \left(T = \frac{48}{55}mg \text{ 或 } T = \frac{8}{11}Mg \right)$$
