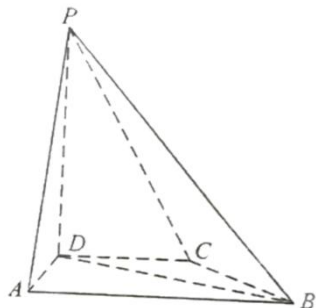
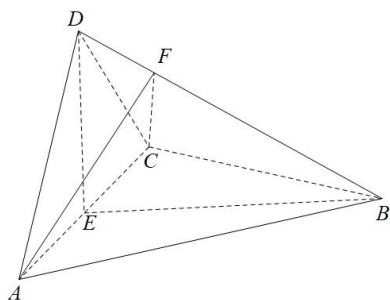


专题 06 立体几何（解答题）（理科专用）

1. 【2022 年全国甲卷】在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PD \perp$ 底面 $ABCD$, $CD \parallel AB$, $AD = DC = CB = 1$, $AB = 2$, $DP = \sqrt{3}$.

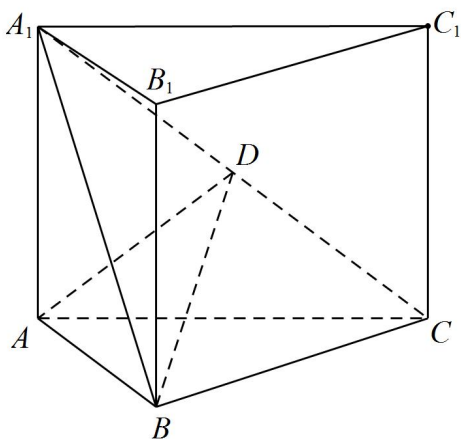


- (1) 证明: $BD \perp PA$;
(2) 求 PD 与平面 PAB 所成的角的正弦值.
2. 【2022 年全国乙卷】如图, 四面体 $ABCD$ 中, $AD \perp CD$, $AD = CD$, $\angle ADB = \angle BDC$, E 为 AC 的中点.



- (1) 证明: 平面 $BED \perp$ 平面 ACD ;
(2) 设 $AB = BD = 2$, $\angle ACB = 60^\circ$, 点 F 在 BD 上, 当 $\triangle AFC$ 的面积最小时, 求 CF 与平面 ABD 所成的角的正弦值.

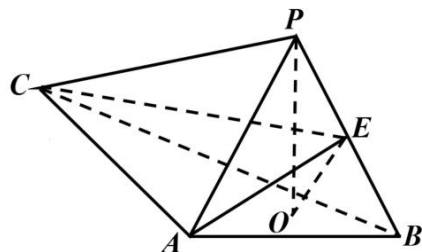
3. 【2022 年新高考 1 卷】如图, 直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的体积为 4, $\triangle A_1BC$ 的面积为 $2\sqrt{2}$.



(1)求 A 到平面 A_1BC 的距离;

(2)设 D 为 A_1C 的中点, $AA_1 = AB$, 平面 $A_1BC \perp$ 平面 ABB_1A_1 , 求二面角 $A - BD - C$ 的正弦值.

4. 【2022 年新高考 2 卷】如图, PO 是三棱锥 $P - ABC$ 的高, $PA = PB$, $AB \perp AC$, E 是 PB 的中点.

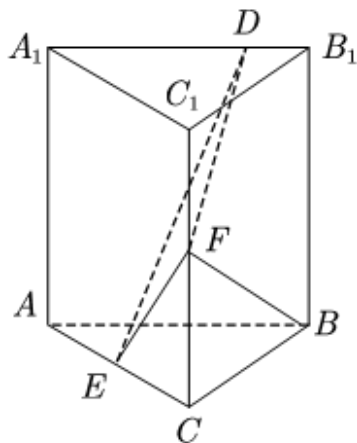


(1)证明: $OE \parallel$ 平面 PAC ;

(2)若 $\angle ABO = \angle CBO = 30^\circ$, $PO = 3$, $PA = 5$, 求二面角 $C - AE - B$ 的正弦值.

5. 【2021 年甲卷理科】已知直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, 侧面 AA_1B_1B 为正方形, $AB = BC = 2$,

E, F 分别为 AC 和 CC_1 的中点, D 为棱 A_1B_1 上的点. $BF \perp A_1B_1$

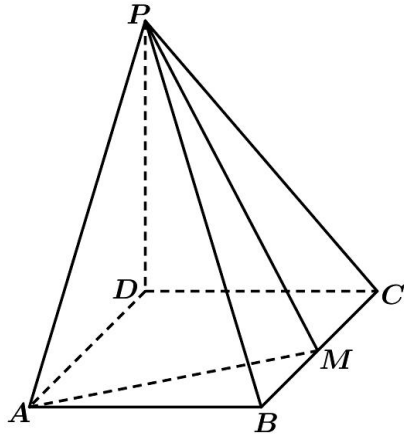


(1) 证明: $BF \perp DE$;

(2) 当 B_1D 为何值时, 面 BB_1C_1C 与面 DFE 所成的二面角的正弦值最小?

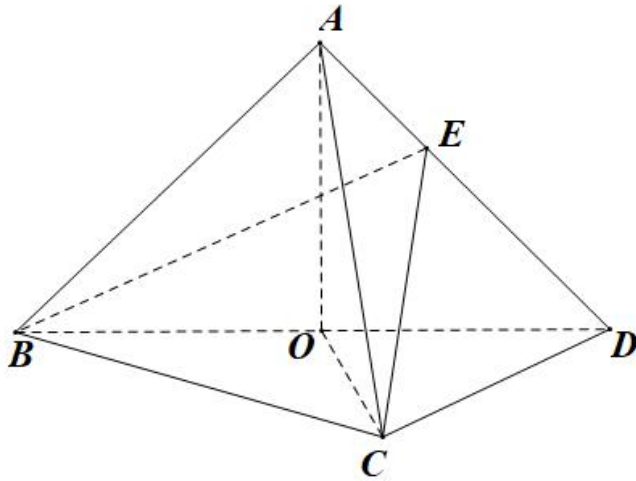
6. 【2021 年乙卷理科】如图, 四棱锥 $P - ABCD$ 的底面是矩形, $PD \perp$ 底面 $ABCD$, $PD = DC = 1$,

M 为 BC 的中点, 且 $PB \perp AM$.



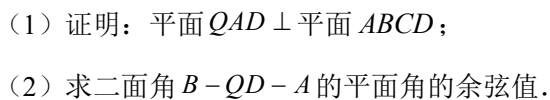
- (1) 求 BC ；
- (2) 求二面角 $A-PM-B$ 的正弦值.

7. 【2021 年新高考 1 卷】如图，在三棱锥 $A-BCD$ 中，平面 $ABD \perp$ 平面 BCD ， $AB = AD$ ， O 为 BD 的中点.



- (1) 证明： $OA \perp CD$ ；
- (2) 若 $\triangle OCD$ 是边长为 1 的等边三角形，点 E 在棱 AD 上， $DE = 2EA$ ，且二面角 $E-BC-D$ 的大小为 45° ，求三棱锥 $A-BCD$ 的体积.

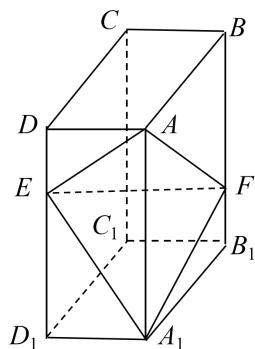
8. 【2021 年新高考 2 卷】在四棱锥 $Q-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是正方形，若 $AD = 2, QD = QA = \sqrt{5}, QC = 3$.



(1) 证明: $AA_1 \parallel MN$, 且平面 $A_1AMN \perp EB_1C_1F$;

(2) 设 O 为 $\triangle A_1B_1C_1$ 的中心, 若 $AO \parallel$ 平面 EB_1C_1F , 且 $AO=AB$, 求直线 B_1E 与平面 A_1AMN 所成角的正弦值.

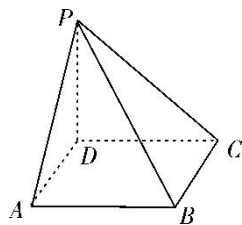
11. 【2020 年新课标 3 卷理科】如图, 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 点 E, F 分别在棱 DD_1, BB_1 上, 且 $2DE=ED_1$, $BF=2FB_1$.



(1) 证明: 点 C_1 在平面 AEF 内;

(2) 若 $AB=2$, $AD=1$, $AA_1=3$, 求二面角 $A-EF-A_1$ 的正弦值.

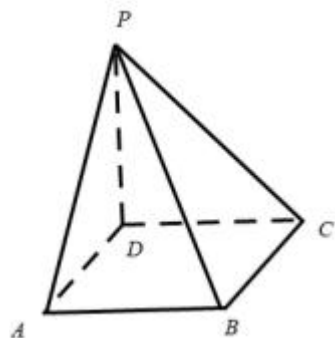
12. 【2020 年新高考 1 卷 (山东卷)】如图, 四棱锥 $P-ABCD$ 的底面为正方形, $PD \perp$ 底面 $ABCD$. 设平面 PAD 与平面 PBC 的交线为 l .



(1) 证明: $l \perp$ 平面 PDC ;

(2) 已知 $PD=AD=1$, Q 为 l 上的点, 求 PB 与平面 QCD 所成角的正弦值的最大值.

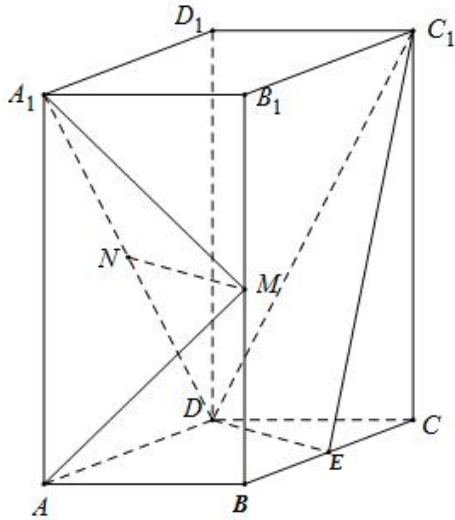
13. 【2020 年新高考 2 卷 (海南卷)】如图, 四棱锥 $P-ABCD$ 的底面为正方形, $PD \perp$ 底面 $ABCD$. 设平面 PAD 与平面 PBC 的交线为 l .



(1) 证明: $l \perp$ 平面 PDC ;

(2) 已知 $PD=AD=1$, Q 为 l 上的点, $QB=\sqrt{2}$, 求 PB 与平面 QCD 所成角的正弦值.

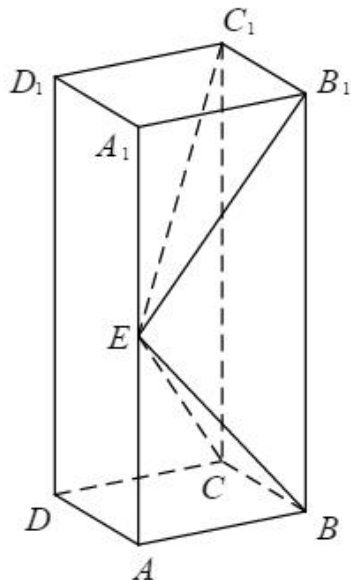
14. 【2019 年新课标 1 卷理科】如图, 直四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的底面是菱形, $AA_1=4$, $AB=2$, $\angle BAD=60^\circ$, E, M, N 分别是 BC, BB_1, A_1D 的中点.



(1) 证明: $MN \parallel$ 平面 C_1DE ;

(2) 求二面角 $A-MA_1-N$ 的正弦值.

15. 【2019 年新课标 2 卷理科】如图, 长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的底面 $ABCD$ 是正方形, 点 E 在棱 AA_1 上, $BE \perp EC_1$.



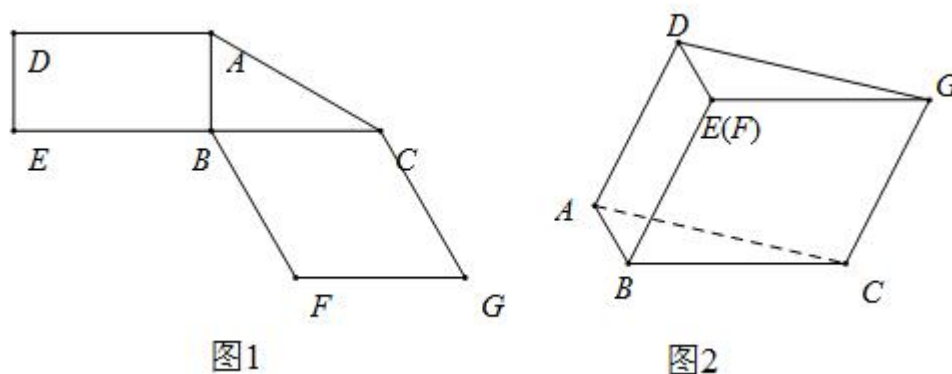
(1) 证明: $BE \perp$ 平面 EB_1C_1 ;

(2) 若 $AE=A_1E$, 求二面角 $B-EC-C_1$ 的正弦值.

16. 【2019 年新课标 3 卷理科】图 1 是由矩形 $ADEB$ ， $\text{Rt}\triangle ABC$ 和菱形 $BFGC$ 组成的一个平面图形，其中 $AB=1$ ， $BE=BF=2$ ， $\angle FBC=60^\circ$ ，将其沿 AB ， BC 折起使得 BE 与 BF 重合，连结 DG ，如图 2.

(1) 证明：图 2 中的 A ， C ， G ， D 四点共面，且平面 $ABC \perp$ 平面 $BCGE$ ；

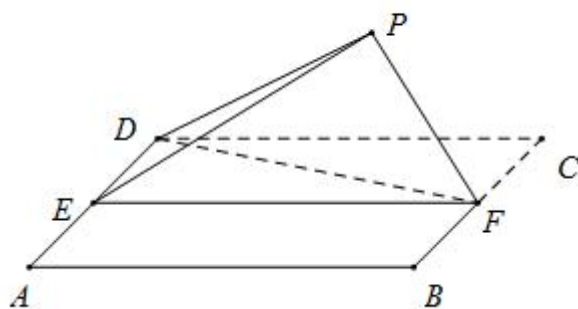
(2) 求图 2 中的二面角 $B-CG-A$ 的大小.



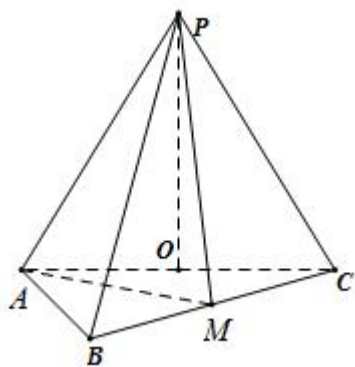
17. 【2018 年新课标 1 卷理科】如图，四边形 $ABCD$ 为正方形， E, F 分别为 AD, BC 的中点，以 DF 为折痕把 $\triangle DFC$ 折起，使点 C 到达点 P 的位置，且 $PF \perp BF$.

(1) 证明：平面 $PEF \perp$ 平面 $ABFD$ ；

(2) 求 DP 与平面 $ABFD$ 所成角的正弦值.



18. 【2018 年新课标 2 卷理科】如图，在三棱锥 $P-ABC$ 中， $AB=BC=2\sqrt{2}$ ， $PA=PB=PC=AC=4$ ， O 为 AC 的中点.



- (1) 证明: $PO \perp$ 平面 ABC ;
- (2) 若点 M 在棱 BC 上, 且二面角 $M-PA-C$ 为 30° , 求 PC 与平面 PAM 所成角的正弦值.

19. 【2018 年新课标 3 卷理科】如图, 边长为 2 的正方形 $ABCD$ 所在的平面与半圆弧 $\widehat{CD}$ 所在平面垂直, M 是 $\widehat{CD}$ 上异于 C, D 的点.

- (1) 证明: 平面 $AMD \perp$ 平面 BMC ;
- (2) 当三棱锥 $M-ABC$ 体积最大时, 求面 MAB 与面 MCD 所成二面角的正弦值.

