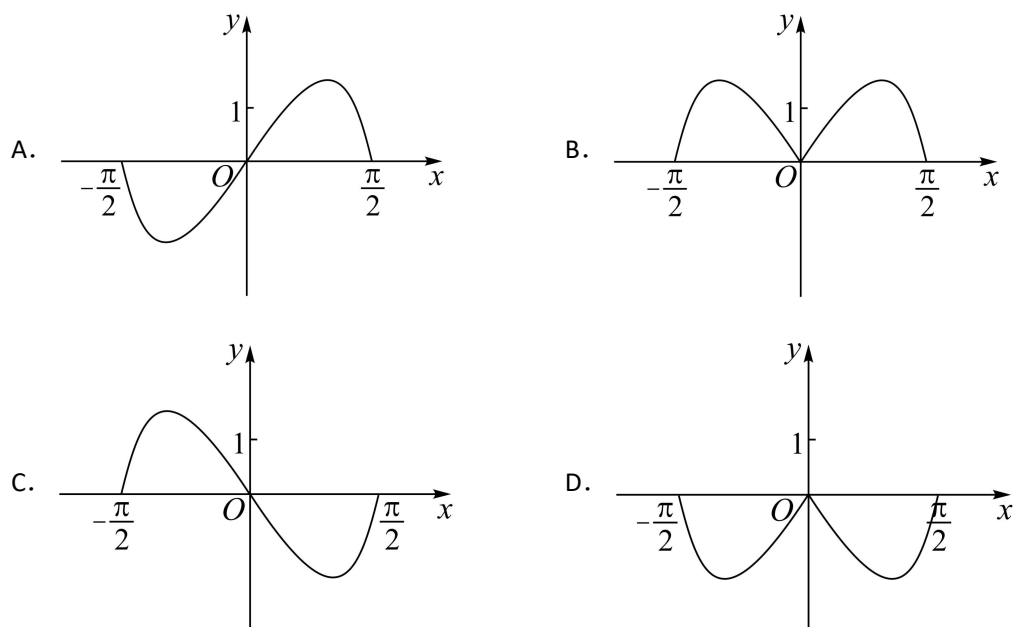


专题 02 函数的概念与基本初等函数 I

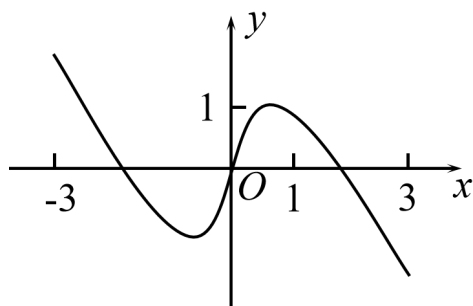
1. 【2022 年全国甲卷】函数 $y = (3^x - 3^{-x})\cos x$ 在区间 $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ 的图象大致为 ()



2. 【2022 年全国甲卷】已知 $9^m = 10$, $a = 10^m - 11$, $b = 8^m - 9$, 则 ()

- A. $a > 0 > b$ B. $a > b > 0$ C. $b > a > 0$ D. $b > 0 > a$

3. 【2022 年全国乙卷】如图是下列四个函数中的某个函数在区间 $[-3, 3]$ 的大致图像, 则该函数是 ()



- A. $y = \frac{-x^3+3x}{x^2+1}$ B. $y = \frac{x^3-x}{x^2+1}$ C. $y = \frac{2x\cos x}{x^2+1}$ D. $y = \frac{2\sin x}{x^2+1}$

4. 【2022 年全国乙卷】已知函数 $f(x), g(x)$ 的定义域均为 $\mathbb{R}$, 且 $f(x) + g(2-x) = 5$, $g(x) - f(x-4) = 7$. 若 $y = g(x)$ 的图像关于直线 $x = 2$ 对称, $g(2) = 4$, 则 $\sum_{k=1}^{22} f(k) =$ ()

- A. -21 B. -22 C. -23 D. -24

5. 【2022 年新高考 2 卷】已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbb{R}$, 且 $f(x+y) + f(x-y) =$

$f(x)f(y)$, $f(1) = 1$, 则 $\sum_{k=1}^{22} f(k) =$ ()

- A. -3 B. -2 C. 0 D. 1

6. 【2021 年甲卷文科】下列函数中是增函数的为 ()

- A. $f(x) = -x$ B. $f(x) = \left(\frac{2}{3}\right)^x$ C. $f(x) = x^2$ D. $f(x) = \sqrt[3]{x}$

7. 【2021 年甲卷文科】青少年视力是社会普遍关注的问题，视力情况可借助视力表测量. 通常用五分记录法和小数记录法记录视力数据，五分记录法的数据 L 和小数记录表的数据 V 满足 $L = 5 + \lg V$. 已知某同学视力的五分记录法的数据为 4.9，则其视力的小数记录法的数据为 () ($\sqrt[4]{10} \approx 1.259$)

- A. 1.5 B. 1.2 C. 0.8 D. 0.6

8. 【2021 年甲卷文科】设 $f(x)$ 是定义域为 $\mathbf{R}$ 的奇函数，且 $f(1+x) = f(-x)$. 若 $f\left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{3}$ ，则 $f\left(\frac{5}{3}\right) =$ ()

- A. $-\frac{5}{3}$ B. $-\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{5}{3}$

9. 【2021 年甲卷理科】设函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$ ， $f(x+1)$ 为奇函数， $f(x+2)$ 为偶函数，当 $x \in [1, 2]$ 时， $f(x) = ax^2 + b$. 若 $f(0) + f(3) = 6$ ，则 $f\left(\frac{9}{2}\right) =$ ()

- A. $-\frac{9}{4}$ B. $-\frac{3}{2}$ C. $\frac{7}{4}$ D. $\frac{5}{2}$

10. 【2021 年乙卷文科】设函数 $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$ ，则下列函数中为奇函数的是 ()

- A. $f(x-1)-1$ B. $f(x-1)+1$ C. $f(x+1)-1$ D. $f(x+1)+1$

11. 【2021 年乙卷理科】设 $a = 2\ln 1.01$ ， $b = \ln 1.02$ ， $c = \sqrt{1.04} - 1$. 则 ()

- A. $a < b < c$ B. $b < c < a$ C. $b < a < c$ D. $c < a < b$

12. 【2021 年新高考 2 卷】已知 $a = \log_5 2$ ， $b = \log_8 3$ ， $c = \frac{1}{2}$ ，则下列判断正确的是 ()

- A. $c < b < a$ B. $b < a < c$ C. $a < c < b$ D. $a < b < c$

13. 【2021 年新高考 2 卷】已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$ ， $f(x+2)$ 为偶函数， $f(2x+1)$ 为奇函数，则 ()

- A. $f\left(-\frac{1}{2}\right) = 0$ B. $f(-1) = 0$ C. $f(2) = 0$ D. $f(4) = 0$

14. 【2020 年新课标 1 卷理科】若 $2^a + \log_2 a = 4^b + 2\log_4 b$ ，则 ()

- A. $a > 2b$ B. $a < 2b$ C. $a > b^2$ D. $a < b^2$

15. 【2020 年新课标 1 卷文科】设 $a \log_3 4 = 2$ ，则 $4^{-a} =$ ()

- A. $\frac{1}{16}$ B. $\frac{1}{9}$ C. $\frac{1}{8}$ D. $\frac{1}{6}$

16. 【2020 年新课标 2 卷理科】设函数 $f(x) = \ln|2x+1| - \ln|2x-1|$ ，则 $f(x)$ ()

- A. 是偶函数，且在 $(\frac{1}{2}, +\infty)$ 单调递增 B. 是奇函数，且在 $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ 单调递减
C. 是偶函数，且在 $(-\infty, -\frac{1}{2})$ 单调递增 D. 是奇函数，且在 $(-\infty, -\frac{1}{2})$ 单调递减

17. 【2020 年新课标 2 卷理科】若 $2^x - 2^y < 3^{-x} - 3^{-y}$ ，则 ()

- A. $\ln(y-x+1) > 0$ B. $\ln(y-x+1) < 0$ C. $\ln|x-y| > 0$ D. $\ln|x-y| < 0$

18. 【2020 年新课标 2 卷文科】设函数 $f(x) = x^3 - \frac{1}{x^3}$ ，则 $f(x)$ ()

- A. 是奇函数，且在 $(0, +\infty)$ 单调递增 B. 是奇函数，且在 $(0, +\infty)$ 单调递减
C. 是偶函数，且在 $(0, +\infty)$ 单调递增 D. 是偶函数，且在 $(0, +\infty)$ 单调递减

19. 【2020 年新课标 3 卷理科】*Logistic* 模型是常用数学模型之一，可应用于流行病学领域. 有学者根据公布数据建立了某地区新冠肺炎累计确诊病例数 $I(t)$ (t 的单位: 天) 的 *Logistic* 模型:

$I(t) = \frac{K}{1 + e^{-0.23(t-53)}}$ ，其中 K 为最大确诊病例数. 当 $I(t^*) = 0.95K$ 时，标志着已初步遏制疫情，则 t^* 约为 () ($\ln 19 \approx 3$)

- A. 60 B. 63 C. 66 D. 69

20. 【2020 年新课标 3 卷理科】已知 $5^5 < 8^4$ ， $13^4 < 8^5$. 设 $a = \log_5 3$ ， $b = \log_8 5$ ， $c = \log_{13} 8$ ，则 ()

- A. $a < b < c$ B. $b < a < c$ C. $b < c < a$ D. $c < a < b$

21. 【2020 年新课标 3 卷文科】设 $a = \log_3 2$ ， $b = \log_5 3$ ， $c = \frac{2}{3}$ ，则 ()

- A. $a < c < b$ B. $a < b < c$ C. $b < c < a$ D. $c < a < b$

22. 【2020 年新高考 1 卷 (山东卷)】基本再生数 R_0 与世代间隔 T 是新冠肺炎的流行病学基本参数. 基本再生数指一个感染者传染的平均人数，世代间隔指相邻两代间传染所需的平均时间. 在新冠肺炎疫情初始阶段，可以用指数模型: $I(t) = e^{rt}$ 描述累计感染病例数 $I(t)$ 随时间 t (单位: 天) 的变化规律，指数增长率 r 与 R_0 ， T 近似满足 $R_0 = 1 + rT$. 有学者基于已有数据估计出 $R_0 = 3.28$ ， $T = 6$. 据此，在新冠肺炎疫情初始阶段，累计感染病例数增加 1 倍需要的时间约为 ($\ln 2 \approx 0.69$) ()

- A. 1.2 天 B. 1.8 天

C. 2.5 天

D. 3.5 天

23. 【2020 年新高考 1 卷（山东卷）】若定义在 R 的奇函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, 0)$ 单调递减，且 $f(2)=0$ ，则满足 $xf(x-1) \geq 0$ 的 x 的取值范围是（ ）

A. $[-1, 1] \cup [3, +\infty)$

B. $[-3, -1] \cup [0, 1]$

C. $[-1, 0] \cup [1, +\infty)$

D. $[-1, 0] \cup [1, 3]$

24. 【2020 年新高考 2 卷（海南卷）】已知函数 $f(x) = \lg(x^2 - 4x - 5)$ 在 $(a, +\infty)$ 上单调递增，则 a 的取值范围是（ ）

A. $(2, +\infty)$

B. $[2, +\infty)$

C. $(5, +\infty)$

D. $[5, +\infty)$

25. 【2019 年新课标 1 卷理科】已知 $a = \log_2 0.2, b = 2^{0.2}, c = 0.2^{0.3}$ ，则

A. $a < b < c$

B. $a < c < b$

C. $c < a < b$

D. $b < c < a$

26. 【2019 年新课标 2 卷理科】2019 年 1 月 3 日嫦娥四号探测器成功实现人类历史上首次月球背面软着陆，我国航天事业取得又一重大成就，实现月球背面软着陆需要解决的一个关键技术问题是地面与探测器的通讯联系。为解决这个问题，发射了嫦娥四号中继星“鹊桥”，鹊桥沿着围绕地月拉格朗日 L_2 点的轨道运行。 L_2 点是平衡点，位于地月连线的延长线上。设地球质量为 M_1 ，月球质量为 M_2 ，地月距离为 R ， L_2 点到月球的距离为 r ，根据牛顿运动定律和万有引力定律， r 满足方程：

$$\frac{M_1}{(R+r)^2} + \frac{M_2}{r^2} = (R+r) \frac{M_1}{R^3}.$$

设 $\alpha = \frac{r}{R}$ ，由于 α 的值很小，因此在近似计算中 $\frac{3\alpha^3 + 3\alpha^4 + \alpha^5}{(1+\alpha)^2} \approx 3\alpha^3$ ，则 r 的近似值为

A. $\sqrt{\frac{M_2}{M_1}} R$

B. $\sqrt{\frac{M_2}{2M_1}} R$

C. $\sqrt[3]{\frac{3M_2}{M_1}} R$

D. $\sqrt[3]{\frac{M_2}{3M_1}} R$

27. 【2019 年新课标 2 卷理科】设函数 $f(x)$ 的定义域为 R ，满足 $f(x+1) = 2f(x)$ ，且当 $x \in (0, 1]$ 时， $f(x) = x(x-1)$ 。若对任意 $x \in (-\infty, m]$ ，都有 $f(x) \geq -\frac{8}{9}$ ，则 m 的取值范围是

A. $\left(-\infty, \frac{9}{4}\right]$

B. $\left(-\infty, \frac{7}{3}\right]$

C. $\left(-\infty, \frac{5}{2}\right]$

D. $\left(-\infty, \frac{8}{3}\right]$

28. 【2019 年新课标 2 卷文科】设 $f(x)$ 为奇函数，且当 $x \geq 0$ 时， $f(x) = e^x - 1$ ，则当 $x < 0$ 时， $f(x)$

=

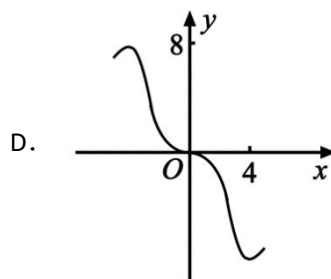
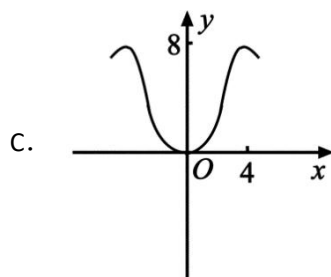
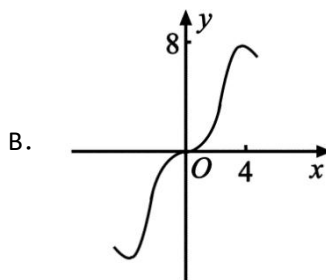
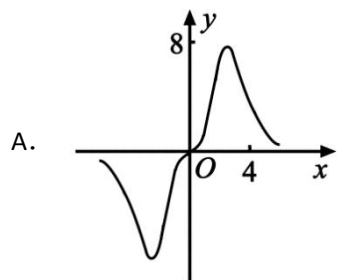
A. $e^{-x} - 1$

B. $e^{-x} + 1$

C. $-e^{-x} - 1$

D. $-e^{-x} + 1$

29. 【2019 年新课标 3 卷理科】函数 $y = \frac{2x^3}{2^x + 2^{-x}}$ 在 $[-6, 6]$ 的图像大致为



30. 【2019 年新课标 3 卷理科】设 $f(x)$ 是定义域为 R 的偶函数，且在 $(0, +\infty)$ 单调递减，则

A. $f\left(\log_3 \frac{1}{4}\right) > f\left(2^{-\frac{3}{2}}\right) > f\left(2^{\frac{2}{3}}\right)$

B. $f\left(\log_3 \frac{1}{4}\right) > f\left(2^{-\frac{2}{3}}\right) > f\left(2^{-\frac{3}{2}}\right)$

C. $f\left(2^{\frac{3}{2}}\right) > f\left(2^{\frac{2}{3}}\right) > f\left(\log_3 \frac{1}{4}\right)$

D. $f\left(2^{\frac{2}{3}}\right) > f\left(2^{-\frac{3}{2}}\right) > f\left(\log_3 \frac{1}{4}\right)$

31. 【2018 年新课标 1 卷理科】已知函数 $f(x) = \begin{cases} e^x, & x \leq 0, \\ \ln x, & x > 0, \end{cases}$ $g(x) = f(x) + x + a$. 若 $g(x)$

存在 2 个零点, 则 a 的取值范围是

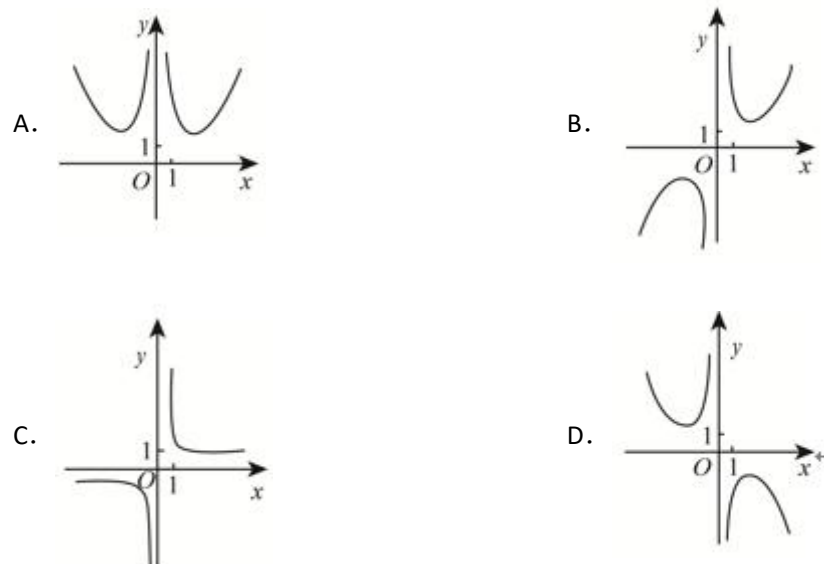
- A. $[-1, 0)$ B. $[0, +\infty)$ C. $[-1, +\infty)$ D. $[1, +\infty)$

32. 【2018 年新课标 1 卷文科】设函数 $f(x) = \begin{cases} 2^{-x}, & x \leq 0 \\ 1, & x > 0 \end{cases}$, 则满足 $f(x+1) < f(2x)$ 的 x 的取

值范围是

- A. $(-\infty, -1]$ B. $(0, +\infty)$ C. $(-1, 0)$ D. $(-\infty, 0)$

33. 【2018 年新课标 2 卷理科】函数 $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{x^2}$ 的图像大致为 ()

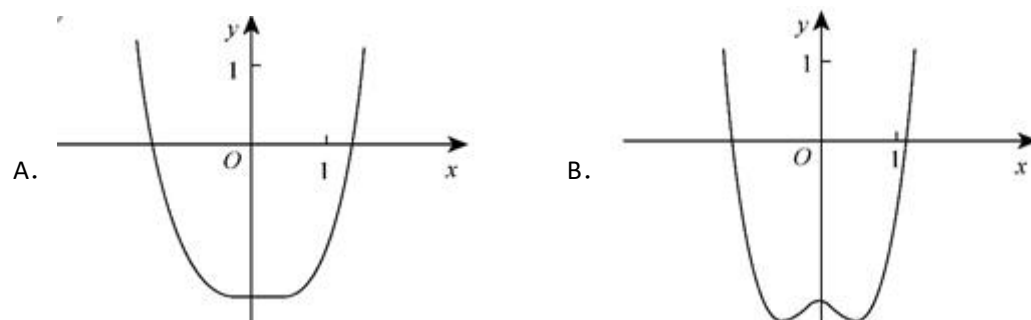


34. 【2018 年新课标 2 卷理科】已知 $f(x)$ 是定义域为 $(-\infty, +\infty)$ 的奇函数, 满足

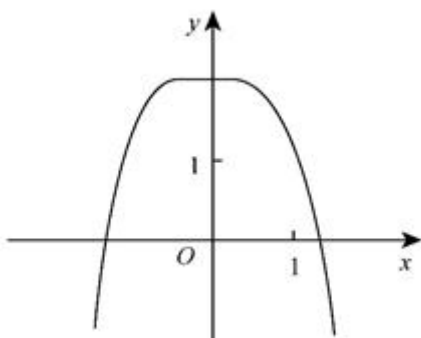
$f(1-x) = f(1+x)$. 若 $f(1) = 2$, 则 $f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(50) =$

- A. -50 B. 0 C. 2 D. 50

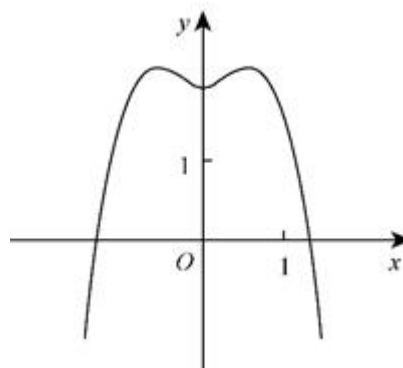
35. 【2018 年新课标 3 卷理科】函数 $y = -x^4 + x^2 + 2$ 的图像大致为



C.



D.



36. 【2018 年新课标 3 卷理科】设 $a = \log_{0.2} 0.3$, $b = \log_2 0.3$, 则

A. $a+b < ab < 0$

B. $ab < a+b < 0$

C. $a+b < 0 < ab$

D. $ab < 0 < a+b$

37. 【2022 年新高考 1 卷】已知函数 $f(x)$ 及其导函数 $f'(x)$ 的定义域均为 $\mathbb{R}$, 记 $g(x) = f'(x)$,

若 $f\left(\frac{3}{2} - 2x\right)$, $g(2+x)$ 均为偶函数, 则 ()

A. $f(0) = 0$

B. $g\left(-\frac{1}{2}\right) = 0$

C. $f(-1) = f(4)$

D. $g(-1) = g(2)$

38. 【2021 年新高考 2 卷】设正整数 $n = a_0 \cdot 2^0 + a_1 \cdot 2 + \cdots + a_{k-1} \cdot 2^{k-1} + a_k \cdot 2^k$, 其中 $a_i \in \{0, 1\}$,

记 $\omega(n) = a_0 + a_1 + \cdots + a_k$. 则 ()

A. $\omega(2n) = \omega(n)$

B. $\omega(2n+3) = \omega(n) + 1$

C. $\omega(8n+5) = \omega(4n+3)$

D. $\omega(2^n - 1) = n$

39. 【2022 年全国乙卷】若 $f(x) = \ln \left| a + \frac{1}{1-x} \right| + b$ 是奇函数, 则 $a = \underline{\hspace{1cm}}$, $b = \underline{\hspace{1cm}}$.

40. 【2021 年新高考 1 卷】已知函数 $f(x) = x^3(a \cdot 2^x - 2^{-x})$ 是偶函数, 则 $a = \underline{\hspace{1cm}}$.

41. 【2021 年新高考 1 卷】函数 $f(x) = |2x-1| - 2\ln x$ 的最小值为 $\underline{\hspace{1cm}}$.

42. 【2021 年新高考 2 卷】写出一个同时具有下列性质①②③的函数 $f(x)$: $\underline{\hspace{1cm}}$.

① $f(x_1 x_2) = f(x_1) f(x_2)$; ② 当 $x \in (0, +\infty)$ 时, $f'(x) > 0$; ③ $f'(x)$ 是奇函数.

43. 【2019 年新课标 2 卷理科】已知 $f(x)$ 是奇函数, 且当 $x < 0$ 时, $f(x) = -e^{\alpha x}$. 若 $f(\ln 2) = 8$,

则 $a = \underline{\hspace{1cm}}$.

44. 【2018 年新课标 1 卷文科】已知函数 $f(x) = \log_2(x^2 + a)$, 若 $f(3) = 1$, 则 $a = \underline{\hspace{1cm}}$.

45. 【2018 年新课标 3 卷文科】已知函数 $f(x) = \ln(\sqrt{1+x^2} - x) + 1$, $f(a) = 4$, 则 $f(-a) =$ _____.

